### Неоднорідні стани в тонкошарових кристалах з неспівмірною надструктурою

І.М. Куньо\*, С.А. Свелеба, І.В. Карпа, І.М. Катеринчук

Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. ген. Тарнавського, 107, 79017 Львів, Україна

(Одержано 01.12.2017, опубліковано online 29.04.2018)

Розглянуто неоднорідні зміни параметра порядку в неспівмірному сегнетоелектричному мікрокрокристалі, в розкладі вільної енергії, яка включає інваріанти Ліфшиця. Виявлено, що збільшення значення параметра анізотропної взаємодії передбачає перехід системи від синусоїдального до солітонного і стохастичного режиму неспівмірної надструктури, з появою хаотичного напрямку стрибків амплітуди модуляції. Показано, що вплив напруженості електричного поля на кристал, вздовж напрямку спонтанної поляризації, зумовлює виникнення біфуркацій, і приводить як до появи хвилі суперпозиції існуючих хвиль модуляцій так і хаотичної структури.

Ключові слова: Сегнетоелектрик, Сегнетоеластик, Неспівмірна фаза, Параметр порядку, Модуляція, Анізотропна взаємодія, Фазовий портрет.

DOI: 10.21272/jnep.10(2).02026

PACS numbers: 61.44.Fw, 64.70.Rh

# 1. ВСТУП

Проблема розмірних ефектів в сегнетоелектриках становить значний практичний інтерес, який зумовлений різноманітною можливістю використання сегнетоелектричних нанорозмірних пристроїв. Вагома частина експериментів у цій галузі спрямована на дослідження сегнетоелектричних оксидів в якості матеріалу для комірок пам'яті. При цьому процеси перемикання спонтанної поляризації в тонких плівках і супутні явища привертають найбільшу увагу [1]. Широке використання тонких сегнетоелектричних шарів в пристроях сегнетоелектричної пам'яті диктує необхідність розробки модельного опису їх діелектричних властивостей. При використанні тонких плівок сегнетоелектриків необхідно враховувати залежність їх властивостей від товщини зразка [2]. Ця залежність зумовлена впливом двох факторів: кореляційним ефектом (будемо називати його розмірним ефектом) і механічними напруженнями, що існують в тонкій плівці [2, 3].

Наявна природна просторова неоднорідність, розміром кілька десятків елементарних комірок, може змінюватись у залежності від товщини плівки. Існування просторової неоднорідності величини спонтанної поляризації і незначна величина напруженості електричного поля перемикання для неспівмірних сегнетоелектричних кристалів становлять практичний і науковий інтерес і дають можливість побудови послідовної теорії кооперативних ефектів у низькорозмірних об'єктах.

Відомо, що сегнетоелектрична поляризація не може бути змінена на відстані, меншій, ніж кореляційний радіус. Цей факт зумовлює виникнення розмірного ефекту. Поляризація і відповідно кореляційний радіус визначаються жорсткістю підгратки, наприклад підгратки титану і кисню для BaTiO<sub>3</sub> [3]. При врахуванні впливу граничних умов на неспівмірну надструктуру враховується умова, яку використовував ще де Женн для введення довжини екстраполяції  $\delta$  у феноменологічній теорії надпровідності Гінзбурга-Ландау [4]. Як і в теорії Гінзбурга-Ландау, параметр  $\delta$  називають довжиною екстраполяції, яка описує вплив поверхні на розподіл параметра порядку по товщині плівки. Очевидно, що за даних умов проблема фазового переходу в неспівмірну фазу зводиться до граничної задачі, яка з математичної точки зору аналогічна проблемі сегнетоелектричних фазових переходів у тонкій плівці. Природно припустити, що  $\delta$  повинна бути позитивною у випадку плівки з вільною поверхнею [4].

У тонкошарових об'єктах найяскравіше проявляються всі особливості поверхневих станів. Поверхня є одним з основних дефектів структури кристалу. Обрив хімічних зв'язків на поверхні призводить до зміни координаційної сфери поверхневих атомів. Порушена структура поверхні не може стрибком перейти до впорядкованої структури об'ємного кристала, а отже, існує деяка перехідна зона. Тому поверхню слід розглядати не як геометричну площину, а як поверхневу фазу, фізико-хімічні властивості якої відмінні від об'ємних. Така поверхня (розвинена поверхня) впливає на граткову та електронну підсистему частинок, сильно змінюючи спектри різних елементарних збуджень, чутливих до зміни симетрії і граничних умов. Очевидно, що в повному термодинамічному потенціалі наносистем закономірно очікувати різкого зростання частки саме поверхневої енергії. Отже, розмірні ефекти в таких системах помітні, коли довжина екстраполяції є співмірна з товщиною плівки. Таким чином, якщо товщина плівки L передбачається великою у порівнянні з періодом просторової модуляції  $2\pi/q$ , то це справедливо і для  $\delta >> 2\pi/q$ . Отже для кристалів в яких період неспівмірної надструктури є рівний сотні елементарних комірок, вплив розмірів кристала на фізичні властивості вздовж напрямку її існування, може проявитись у мікророзмірному діапазоні товщини.

У працях [5, 6] вивчено вплив лінійних розмірів кристалів [N(CH<sub>3</sub>)<sub>4</sub>]<sub>2</sub>MeCl<sub>4</sub> на температуру фазового переходу в HC фазу. В [7] досліджено неоднорідні структури в моделі з інваріантом Ліфшиця без використання наближення постійної амплітуди, тобто

2077-6772/2018/10(2)02026(6)

<sup>\*</sup> ivan.kuno@lnu.edu.ua

фазова і амплітудна функції розглянуті як рівноправні змінні. Встановлено, що головна відмінність розв'язків у разі ненульового параметра анізотропії виражається в хаотизації напрямків стрибків амплітудної функції. Показано, що коливання фази параметра порядку відіграє роль потужнішого хаотизатора, ніж дискретність відображення.

Зміщення температури фазового переходу від товщини плівки може бути обумовлено конкуренцією двох факторів. З одного боку, має місце розмірний ефект, який спостерігався в полікристалічних плівках і приводить до зниження температури фазового переходу при  $T_c$  зі зменшенням товщини плівок, з іншого боку, повинен проявлятися ефект, викликаний наявністю деформації, обумовленої невідповідністю між параметрами елементарних комірок плівки та підкладки, і відмінністю їх коефіцієнтів теплового розширення [8]. Останній зумовлює підвищення температури фазового переходу при зменшенні товщини кристала.

Завданням даної роботи є теоретичне дослідження впливу товщини мікрокристалів на просторовий розподіл параметра порядку в неспівмірній фазі кристалів [N(CH<sub>3</sub>)<sub>4</sub>]<sub>2</sub>MeCl<sub>4</sub>.

Оскільки період неспівмірної модуляції набагато більший за розміри елементарної комірки (~ 100 елементарних комірок), то можна очікувати зміну коефіцієнта анізотропної взаємодії (К) для мікрокристалів, при зміні їх товщини вздовж напрямку осі неспівмірної модуляції. За умови існування механічних напружень у мікрокристалі внаслідок зменшення їх розмірів, також буде спостерігатись зміна величини амплітуди параметра порядку [8].

В залежності від геометрії експерименту можна очікувати вплив різних чинників на зміну коефіцієнта анізотропної взаємодії. А саме, коли зміна товщини монокристалу буде відбуватися в напрямку існування спонтанної поляризації ( $P_s$ ) ( $P_s$  – перпендикулярна до площини підкладки в якій лежать дві інші кристалофізичні осі), то зміна просторового розподілу параметра порядку може бути викликана як ефектом електрострикції, так і механічними напруженнями. Для мікрокрокристалів на підкладці, завжди буде характерне існування механічних напружень, обумовлених невідповідністю параметрів комірки кристала і підкладки, і їх коефіцієнтів лінійного розпирення. За умови коли зміна товщини буде відбуватися в напрямку існування неспівмірної модуляції параметра порядку, то слід очікувати залежність коефіцієнта анізотропної взаємодії від товщини. Також зазначимо, що в даному випадку буде проходити зміна K і в наслідок виникнення напружень «невідповідності».

#### 1.1 Методи дослідження

Оскільки система рівнянь (3, 5) є нелінійною системою диференціальних рівнянь четвертого порядку, то всі дослідження проводились за допомогою чисельних методів. Основним розрахунковим методом знаходження розв'язку системи (3, 5) є метод Рунге-Кутти четвертого порядку. При побудові фазових портретів встановлених режимів особлива увага приділялась на недопущенні їх спотворень траєкторіями перехідних процесів. Був використаний алгоритм Бенеттина для пошуку коефіцієнтів Ляпунова. У методі Бенеттина, також використовується метод ортогоналізації Грама-Шмідта, для роботи з векторами. В алгоритмі Бенеттина не вказано скільки нам потрібно ітерацій, але вказано що достатньо велику кількість разів. Тому при дослідженні було визначено, що дана система знаходиться на атракторі, коли ми здійснюємо 40 ітерацій з кроком 0,01.

#### 2. АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

З огляду на вище сказане, розглянемо вплив граничних умов на просторовий розподіл параметра порядку, за умови коли зміна товщини відбувається вздовж напрямку існування неспівмірної надструктури в кристалі.

Розглянемо функціонал вільної енергії для модульованих структур, який в полярних координатах  $\eta_1 = \eta \cos \varphi$ ,  $\eta_2 = \eta \sin \varphi$  має вигляд:

$$\Phi = \int dz \left( -r\eta^2 + u\eta^4 + \omega\eta^n \left( 1 + \cos n\varphi \right) - \sigma\eta^2 \frac{\partial\varphi}{\partial z} + \frac{\gamma}{4} \left[ \left( \frac{\partial\eta}{\partial z} \right)^2 + \eta^2 \left( \frac{\partial\varphi}{\partial z} \right)^2 \right] + \omega_1 \eta^2 E_1 \cos \frac{n}{2} \varphi - \frac{E_1^2}{2\chi_1} \right]$$
(1)

де  $E_1$  – напруженість електричного поля вздовж напрямку існування спонтанної поляризації. Введемо безрозмірні змінні  $\eta = (r/(2u))^{12} R$ ,  $z = (\gamma/r)^{12} \xi$  [7], тоді функціонал (1) прийме вигляд:

$$\Phi = \int d\xi \frac{r^2}{2u} \left( -R^2 + \frac{R^4}{2} + \frac{\frac{n^2}{2} - 2}{(2u)^{\frac{n}{2} - 1}} R^n \left( 1 + \cos n\varphi \right) - \frac{\sigma}{\frac{1}{r^2} \sqrt{2}} R^2 \varphi' + \left( R' \right)^2 + R^2 \left( \varphi' \right)^2 + \frac{\omega_1 E_1 r^{\frac{n}{2} - 2} R^{\frac{n}{2}} \cos \frac{n}{2} \varphi}{(2u)^{\frac{n}{4} - 1}} \right) + \frac{\alpha r}{4u} R^2 \qquad (2)$$

Варіація функціоналу вільної енергії (2) дає безрозмірні рівняння для амплітудної і фазової функції, разом з граничними умовами:

$$\varphi'' + \frac{R'}{R}(2\varphi' - T) + KR^{\frac{n}{2} - 2} \sin(\frac{n}{2}\varphi)(2R^{\frac{n}{2}}\cos(\frac{n}{2}\varphi) + BE_1) = 0$$
(3)

НЕОДНОРІДНІ СТАНИ В ТОНКОШАРОВИХ КРИСТАЛАХ...

Ж. нано- електрон. ФІЗ. 10, 02026 (2018)

$$\left[\frac{\partial\psi(\varphi)}{\partial\varphi} + \frac{\partial F}{\partial\varphi'} + \frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{\partial F}{\partial\varphi''}\right)\right]_{\underline{L}} = 0 \quad \left[\frac{\partial F}{\partial\varphi''}\right]_{\underline{L}} = 0 \tag{4}$$

$$R'' - R^3 + (1 + T\varphi' - (\varphi')^2)R - KR^{n-1}(1 + \cos(n\varphi)) - \frac{B}{2}E_1K\cos(\frac{n}{2}\varphi) = 0$$
(5)

$$\left[\frac{\partial\psi(R)}{\partial R} + \frac{\partial F}{\partial R'} + \frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{\partial F}{\partial R''}\right)\right]_{\underline{L}} = 0 \quad \left[\frac{\partial F}{\partial R''}\right]_{\underline{L}} = 0 \tag{6}$$

де 
$$T = \sigma / (\gamma r)^{\frac{1}{2}}$$
,  $K = 2^{\frac{n}{2}} r^{\frac{n}{2}-2} n \omega u^{\frac{1-n}{2}}$ ,  $B = \frac{\omega_1}{2\omega} \frac{(2u)^{\frac{1}{4}}}{r^{\frac{1}{2}}}$  –

безрозмірні параметри, u – характеризує величину ізотропних взаємодій, а  $\omega$  – величину анізотропних, n – ціле число, що характеризує симетрію потенціалу.  $F(R(\xi), R')$  – підінтегральний вираз функціонала (2), де  $R' = \partial R \partial \xi$ ,  $R'' = \partial^2 R \partial \xi^2$ ,  $\psi(R(L2))$  – задана функція значень параметра порядку на границі  $\xi = L/2$ .

Якщо врахувати вирази (4) і (6), а також прийняти до уваги форму функціонала (2), то граничні умови при  $\xi \ge 0$  приймуть вигляд:

$$\left[2R^{2}\varphi' - TR^{2}\right]\underline{L} = 0 \tag{7}$$

$$\left[aR+2R'\right]\underline{L} = 0 \tag{8},$$

Тобто  $\varphi'(L/2) = T/2; R'/R = -\alpha/2 = \pm 1/\delta.$ 

Розглянемо спочатку обмеження нульової анізотропії K = 0, і  $E_1 = 0$ . Тоді рівняння (3) легко розв'язується

$$\varphi' = \frac{C_0}{R^2} + \frac{T}{2}$$
 (9)

де  $C_0 = (\varphi'(0) - \frac{T}{2})R^2(0)$  – константа інтегрування,

яка визначається початковими умовами  $\varphi(0)$  и R(0). Підставивши (9) в (5), отримуємо рівняння для амплітудної функції  $R(\xi)$ 

$$R'' - R^3 + (1 + \frac{T^2}{4})R - \frac{C_0^2}{R^3} = 0$$
 (10)

Отримані вирази (9) і (10) аналогічні отриманим в праці [7].

Розглянемо просторовий розподіл амплітуди параметра порядку за величиною параметра анізотропної взаємодії. З експериментальної точки зору зміну величини параметра анізотропної взаємодії можна очікувати коли розміри мікрокристалу будуть змінюватись в напрямку існування неспівмірної модуляції. Результати чисельного розв'язку рівнянь (9) і (10) при K = 0 наведені на рис. 1. Майже гармонічні коливання амплітудної функції на рис. 1 відповідають малій початковій амплітуді.



**Рис.** 1 – Просторова залежність амплітудної (а) і фазової (б) функцій, фазовий портрет (в), вигляд атрактора (д) для  $n = 5; K = 0; T = 1; R(0) = 0,32; R'(0) = 0; \varphi(0) = 0; \varphi'(0) = 0,57$ 

За умови K = 0 рівняння (10) (як зазначено в [7]) можна розглядати як рівняння динаміки надструктури з ефективним потенціалом, причому вигляд цього потенціалу залежить від "початкових" умов завдяки константі  $C_0$ . Існує область значень параметрів і граничних умов, при яких реалізується мінімум ефективного потенціалу, а отже, існують осцилюючі розв'язки рівняння для амплітудної функції. Розглянемо фазовий портрет, тобто зображення траекторій динамічної системи у фазовому просторі, який наведений на рис. 1в. Кожен стан системи відповідає певній точці на фазовому портреті. Фазові портрети служать для наочного відображення особливостей еволюції динамічної системи: точок рівноваги стаціонарних точок, циклів. Для двовимірної системи фазовий портрет повністю відображає типи траєкторій, які можуть реалізуватися. Для системи більшої вимірності будуються проекції фазових траєкторій на вибрану площину фазового простору.

Згідно даного фазового портрету ефективний потенціал даної системи є несиметричним відносно його мінімуму.

В нашому випадку отриманий атрактор за умов R = 0.32, R' = 0,  $\varphi = 0$ ,  $\varphi' = 0.57$ , K = 0,  $T \neq 0$  має вигляд тора (шлейфу) рис. 1д. Тобто складається із множини збурених траєкторій які звиваються навколо граничного циклу, який втрачає стійкість при збільшенні величини параметра T. Відомо, що в багатомірних нелінійних системах перехід до хаосу супроводжується декількома біфуркаціями виникнення коливних складових, відношення частот яких, взагалі кажучи, залежить від параметрів задачі. Якщо це співвідношення є ірраціональне, то реалізуються квазіперіодичні режими. У фазовому просторі їм відповідають атрактори у вигляді торів, розмірність яких визначається кількістю основних частотних компонент.

При ненульовому значенні параметра анізотропної взаємодії спостерігається кілька траєкторій, при чому з ростом величини K, кількість їх зростає. На рис. 2 наведено просторову залежність амплітудної і фазової функцій, та фазовий портрет при K = 2.36

Результати чисельного розв'язку при врахуванні анізотропної взаємодії, наведені на рис. 2. Слід зазначити наступні важливі відмінності від випадку K = 0: по-перше, порушується сувора просторова періодичність; по-друге, спостерігається амплітудна і частотна модуляція просторових структур; по-третє, напрям сходинчастої просторової зміни фазової функції може змінюватися після деякого числа сходинок. Число сходинок між змінами напрямку виявляється практично випадковим (рис. 2б). Таким чином, головна відмінність розв'язку у разі ненульового параметра анізотропної взаємодії К виражається в хаотизації напрямку стрибків амплітудної модуляції амплітудної функції. Це явище спробували якісно пояснити у праці [7], припустивши, що константа інтегрування є залежною від координати ( $C(\xi)$ ). В [7] зазначено, що зміна напрямку стрибків має місце в точках, де змінює знак функція  $C(\xi)$ .

Отже для тонких неспівмірних сегнетоелектриків не можна застосовувати наближення постійної амплітуди, бо воно дає недостатній опис просторових конфігурацій параметра порядку. Відмова від наближення постійної амплітуди дозволяє отримати повнішу картину, що описує можливі конфігурації, включаючи хаотичний режим. Зауважимо, що коливання фази є потужнішим хаотизатором, ніж дискретність комірки. В порівнянні з K = 0, при K = 2,36проходить подальше зростання несиметричності ефективного потенціалу відносно мінімуму. Ж. нано- електрон. ФІЗ. 10, 02026 (2018)



**Рис.** 2 – Просторова залежність амплітудної (*a*) і фазової (б) функцій, фазовий портрет (в) для R(0) = 0.32, R'(0) = 0,  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi'(0) = 1.1$ , T = 1.39, n = 5, K = 2.36

Періодичним процесам в системі відповідають замкнуті траєкторії. Існування замкнутих траєкторій, які називають граничними циклами свідчать про можливість виникнення в системі автоколивного режиму. Таким чином побудова фазового портрету нелінійної системи дозволяє виявити всі можливі рухи в системі і визначити їх стійкість.

Використовуючи, описану в працях [9, 10] методику комп'ютерних досліджень неідеальних динамічних систем, детально розглянемо типи встановлених режимів розглянутої системи і сценарії переходів між динамічними режимами різних типів.

Згідно проведеного чисельного розрахунку, при K = 0 атракторами нашої системи будуть стійкі граничні цикли достатньо простої однотактної структури. На рис. 1в приведена проекція фазового портрета такого циклу. При збільшенні параметра K, спостерігається каскад біфуркаційних подвоєнь періодів циклів. Такий нескінченний каскад подвоєнь періоду закінчується виникненням хаотичного атрактора при K = 2.36. Траєкторії, які належать до хаотичного атрактора, здійснюють непередбачувані блукання вздовж вітки атрактора, і завжди повертаються в деякий малий окіл будь-якої його точки. По мірі подальшого збільшення параметра K, хаос стає розвинутішим. Тобто траєктора.

### НЕОДНОРІДНІ СТАНИ В ТОНКОШАРОВИХ КРИСТАЛАХ...

Для розглянутих систем перший інтеграл руху визначається законом збереження імпульсу, який еквівалентний інваріантності лагранжіана щодо зсуву початку координат в просторі (*трансляційна симетрія*). Тому розглянемо залежність фазового портрету системи від початкових значень першого інтегралу руху.

Існує область значень параметрів і граничних умов, при яких реалізується мінімум ефективного потенціалу, а отже існує осцилюючий розв'язок рівняння для амплітудної функції. Існування мінімуму є необхідною, але не достатньою умовою існування такого розв'язку. Для цього потрібно ще, щоб точка в початковий момент потрапила у потенціальну яму. Після цього, як знайдена амплітудна функція *R*, фазову функцію можна отримати із виразу (9). Фазова функція залежить від двох доданків: повільно змінного вкладу другого доданку в (9), і розмитих скачків фази пов'язаного з першим доданком. Величина першого інтегралу руху визначає відповідний рівень осциляцій амплітудної функції.

Так, при  $\varphi'(0) = 0.97$  за умови, що параметр анізотропної взаємодії K = 1.27 спостерігається декілька циклів які є замкненими фігурами. Тобто атракторами нашої системи будуть стійкі граничні цикли. При збільшенні значення  $\varphi'(0)$ , починають проявлятися каскади біфуркаційних подвоєнь періодів циклів. Також слід зазначити, що зі збільшенням величини граничного значення першого інтегралу руху спостерігається зростання асиметричності коливань системи. Такий нескінченний каскад подвоєнь періоду закінчується виникненням хаотичного атрактора при  $\varphi'(0) = 0.87$ . Отже граничні умови відіграють ключову роль у появі хаотичного режиму в розглянутій системі за наявності неоднорідної структури з інваріантом Ліфшиця.

Вплив граничних умов залежить як від мультиплікації елементарної комірки так і від симетрії потенціалу.

Розглянемо вплив граничних умов на неспівмірну надструктуру сегнетоелектричних кристалів з n = 5.

При n = 5 і K = 0 отриманий фазовій портрет характеризується симетричними коливаннями. Зі збільшенням величини параметра анізотропної взаємодії починають проявлятись каскади біфуркаційних подвоєнь періодів циклів (рис. 3), а також спостерігається зростання асиметричності коливань системи. Виникає біфуркація, при якій зароджується зразу два стійких граничних цикла. В даному випадку така ситуація реалізується при K = 4.3.

В сегнетоеластичних кристалах в яких існує неспівмірна фаза параметром порядку виступає спонтанна деформація. За умови, коли спостерігається мультиплікація комірки в сегнетоеластичній фазі, спонтанна деформація виступає в ролі вторинного параметра порядку.

Зокрема у кристалах  $[N(CH_3)_4]_2CuCl_4$  в неспівмірній фазі спостерігається модуляція повороту тетраедричних груп. Особлива точка в зоні Брилюена, в околі якої спостерігається виникнення неспівмірної надструктури є 1/3 (n = 3). Отже купрохрорид тетраметиламонію  $[N(CH_3)_4]_2CuCl_4$  проявляє послідовність фаз, відмінну від інших кристалів. Він має вищу за 297 К фазу  $G_1 = Pmcn$ , потім HC-фазу з  $q_{\delta} = (1/3)c$ , а потім сегнетоеластичну фазу  $G_3 = P12_1/c1$  з Z = 12, але з головною віссю уздовж осі b фази  $G_1$ .



**Рис. 3** – Фазові портрети при R(0) = 0.32, R(0) = 0,  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi'(0) = 0.47$ , T = 1.39, n = 5, для різних значень параметра анізотропної взаємодії (а) K = 0; (б) K = 1.2; (в) K = 2.4; (г) K = 4.3

При n = 3 і K = 0 фазовий портрет характеризуеться симетричними коливаннями, як і для n = 5. Зі збільшенням величини параметра анізотропної взаемодії починають проявлятись каскади біфуркаційних подвоень періодів циклів. Також слід відзначити, що із збільшенням величини коефіцієнта анізотропної взаємодії спостерігається зростання асиметричності коливань системи, і є більшою ніж для n = 5. В системах, які є залежними від двох параметрів, або в системах з певним типом симетрії зустрічається біфуркація, при якій зароджується зразу два стійких граничних цикли. Така біфуркація характерна для нелінійних систем, для яких залежність потенціальної енергії від змінної має два мінімуми, які знаходяться під впливом зовнішніх сил.

### І.М. Куньо, С.А. Свелеба

Щодо зміни величини амплітуди параметра порядку (спонтанної поляризації) від товщини мікрокристала, то вона може здійснюватись внаслідок електрострикційного ефекту, що вимагає зміну товщини мікрокристала в напрямку виникнення спонтанної поляризації. Розгляду цього впливу буде присвячена наступна робота.

### 3. ВИСНОВКИ

Отже параметр анізотропної взаємодії приводить

до порушення просторової періодичності з появою амплітудної і частотної модуляції просторових структур. Збільшення величини параметра анізотропної взаємодії зумовлює перехід системи від синусоїдального до солітонного, та стохастичного режимів неспівмірної надструктури, з появою хаотичного напрямку стрибків амплітудної модуляції.

### Неоднородные состояния в тонкослойных кристаллах с несоразмерной сверхструктурой

## И.М. Куньо, С.А. Свелеба, И.В. Карпа, И.Н. Катеринчук

Львовский национальный университет имени Ивана Франко, ул. ген. Тарнавского, 107, 79017 Львов, Украина

Рассмотрены неоднородные конфигурации параметра порядка в микрокресталле несоразмерного сегнетоэлектрика, в разложении свободной энергии, которое включает инварианты Лифшица. Обнаружено, что увеличение значения параметра анизотропной взаимодействия предполагает переход системы от синусоидального к солитонному и стохастическому режиму несоразмерной сверхструктуры, с появлением хаотического направления прыжков амплитудной модуляции. Показано, что воздействие напряженности электрического поля на кристалл, вдоль направления спонтанной поляризации, обусловливает возникновение бифуркаций, и приводит как к появлению волны суперпозиции существующих волн модуляций так и хаотической структуры.

Ключевые слова: Сегнетоэлектрик, Сегнетоэластик, Несоизмерная фаза, Параметр порядка, Модуляция, Анизотропное взаимодействие, Фазовый портрет.

## Inhomogeneous States of Thin-layer Crystals with Incommensurate Superstructure

## I.M. Kuno, S.A. Sveleba, I.V. Karpa, I.M. Katerynchuk

### Ivan Franko National University of Lviv, 107, hen. Tarnavskoho Str., 79017 Lviv, Ukraine

The nonhomogeneous configurations of the order parameter is studied for incommensurate ferroelectric microcrystals considering Lifshitz invariants in the expansion of the free energy. Increasing the value of the anisotropic interaction leads to a transition of the system from sinusoidal to soliton and then the stochastic regime incommensurate superstructure, with the advent of the chaotic direction the jumps of amplitude modulation. The electric field applied to the crystal along the direction of spontaneous polarization leads to a bifurcation, and the appearance of wave superposition of both existing modulation waves and chaotic structure.

**Keywords:** Ferroelectric, Ferroelastic, Incommensurate phase, Order parameter, Modulation, Anisotropic interaction, Phase portrait.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1. G. Cao, H. Huang, X. Ma, Appl. Sci. 7(11), 1162 (2017).
- 2. V.M. Fridkin, *Phys.-Usp.*+49(2), 193 (2006).
- 3. S.P. Zubko, Phys. Solid State+ 52, 2565 (2010).
- Z.S. Hu, M.H. Tang, J.B. Wang, X.J. Zheng, Y.C. Zhou, *Physica B* 403(19–20), 3700 (2008).
- S.A. Sveleba, I.V. Karpa, I.N. Katerynchuk, Yu.M. Furgala, O.V. Semotyuk, I.M. Kunyo, E.I. Fitsych, Yu.I. Pankivskyi, *Crystallogr. Rep.*+ 58, 122 (2013).
- I.V. Karpa, S.A. Sveleba, I.N. Katerynchuk, I.M. Kunyo, E.I. Phitsych, R.M. Shymkiv, Yu.M. Furgala, J. Appl. Spectrosc. 79, 888 (2013).
- S.A. Ktitorov, O.S. Pogorelova, E.V. Charnaya, *Phys. Solid* State+ 51, 1570 (2003).
- I. Карпа, С. Свелеба, I. Катеринчук, I. Куньо, О. Фіцич, Електроніка та інформаційні технології 5, 3 (2015) (I. Karpa, S. Sveleba, I. Katerynchuk, I. Kun'o, O. Fitsych, Elektronika ta informatsiyni tekhnolohiyi 5, 3 (2015)) [In Ukrainian].
- А.Ю. Швен, В.А. Сиренко, Динамические системы 1, 113 (2011) (А.Yu. Shvets, V.A. Sirenko, Dinamicheskiye sistemy 1, 113 (2011)) [In Russian].
- P. Cvitanovic, R. Artuso, R. Mainieri, G. Tanner, G. Vattay, *Chaos: Classical and Quantum I: Deterministic Chaos* (Atlanta: ChaosBook.org version 13.5: 2011)