

## Математичні моделі сенсорів мікропереміщень та тиску на основі збурення електричного поля поверхневих акустичних хвиль

М.Ф. Жовнір\*, О.О. Олійник, Л.Д. Писаренко

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»,  
вул. Політехнічна, 16/9, 03056 Київ-56, Україна

(Одержано 09.11.2015, опубліковано online 15.03.2016)

Приведено функціональні схеми, математичні моделі та оцінка метрологічних параметрів сенсорів мікропереміщень та тиску на основі збурення електричного поля поверхневих акустичних хвиль (ПАХ), що поширюються на поверхні п'єзоелектрика.

**Ключові слова:** Поверхневі акустичні хвилі (ПАХ), Дисперсія фазової швидкості хвилі, ПАХ-генератор, Сенсор мікропереміщень та тиску.

DOI: 10.21272/jnep.8(1).01024

PACS numbers: 77.65.Dq, 64.60.Ej

### 1. ВСТУП

На основі досягнень акустоелектроніки сформувався новий напрямок у вимірюванні фізичних величин - сенсори на поверхневих акустичних хвилях (ПАХ). Застосування ПАХ обумовлене можливістю отримання хвильових процесів з малою довжиною хвилі, що забезпечує, при використанні частотного або фазового методів вимірювання, велику чутливість і точність перетворення інформації в широкому динамічному діапазоні [1-3].

Сенсори на ПАХ відносяться до акустоелектронних компонентів, що складаються із п'єзоелектричної пластини, на яку нанесено систему зустрічно-штирових перетворювачів (ЗШП). Зазвичай, в сенсорах на ПАХ використовується чутливість спеціальних зрізів п'єзоелектричних матеріалів до дестабілізуючих факторів: температури, вологості, механічних напружень, деформації, тощо. Недоліком пристроїв даного типу є низька надійність внаслідок можливого руйнування мембрани через крихкість п'єзоелектричного звукопроводу при перевантаженнях та складність виготовлення мембрани у звукопроводі.

Зазначені недоліки відсутні у сенсорах на ПАХ другого типу (рис. 1, 2), які містять лінію затримки (ЛЗ) на ПАХ на базі п'єзоелектричного звукопроводу, зустрічно-штирові перетворювачі якої з'єднані з підсилювачем електричних коливань, утворюючи таким чином ПАХ-генератор. Усі елементи розміщуються у корпусі, який герметично закритий мембраною (зондом), котра виконана із пружного матеріалу (наприклад, бронза, сталь тощо) та може переміщуватися над поверхнею п'єзоелектричного звукопроводу на відстані меншій довжини поверхневої акустичної хвилі. Таке конструктивне рішення дозволяє застосовувати універсальний акустоелектронний модуль, а первинний перетворювач, наприклад, мікропереміщення, прискорення, сили та тиску виготовляти для конкретного виду фізичної величини та заданого динамічного діапазону [4].

### 2. ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

Завданням досліджень є розробка математичних моделей сенсора на основі дисперсії фазової швидкості ПАХ, що виникає при переміщенні мембрани (зонда) в електричному полі хвилі, що поширюється на поверхні п'єзоелектричного звукопроводу. Розробка математичних моделей дозволить визначити конструктивні, електричні параметри та оцінювати потенційні метрологічні характеристики сенсора.

### 3. МОДИФІКАЦІЯ СЕНСОРІВ НА ПАХ

При розробці моделей прийняті наступні припущення: поверхня мембрани паралельна поверхні п'єзоелектричного звукопроводу; переміщення мембрани здійснюється в електричному полі хвилі, що призводить до дисперсії фазової швидкості ПАХ на ділянці звукопроводу під мембраною і не впливає на поле механічних напружень в п'єзоелектрику.

Мембрана переміщується в електричному полі ПАХ, потенціал якого змінюється при віддаленні від поверхні п'єзоелектричного звукопроводу за формулою  $\varphi = \varphi_0 \exp(-2\rho r)$  [5], де  $\varphi_0$  – потенціал електричного поля на поверхні звукопроводу;  $\rho = x/\lambda_0$  – нормований зазор;  $x$  – відстань від п'єзоелектричної поверхні до мембрани;  $\lambda_0 = V_0/f$ ;  $V_0$  та  $\lambda_0$  – фазова швидкість та довжина ПАХ на вільній поверхні звукопроводу;  $f$  – частота ПАХ.

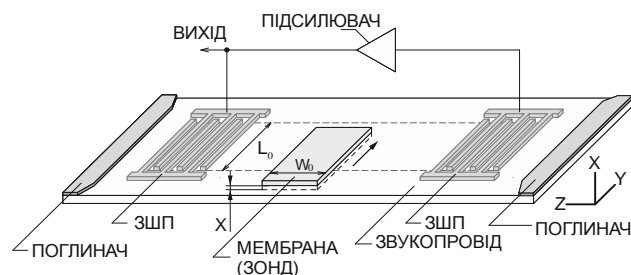


Рис. 1 – Функціональна схема ПАХ-сенсора з прямокутним зондом (мембраною)

\*zhovnir101@gmail.com

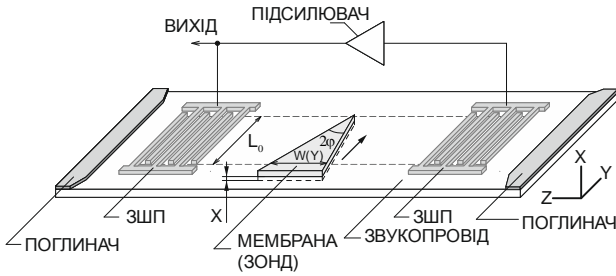


Рис. 2 – Функціональна схема ПАХ-сенсора з трикутним зондом (мембраною)

Зміна фазової швидкості ПАХ під мембраною залежить як від зазору між мембраною та поверхнею звукопроводу, так і від форми та матеріалу мембрани.

При генераторному методі вимірювання частота ПАХ-генератора із врахуванням дисперсії фазової швидкості ПАХ визначається співвідношенням [4, 6]:

$$f \approx \left( n - \frac{\psi}{2\pi} \right) \frac{V_0}{L}, \quad (1)$$

де  $n$  – ціле число, що визначає моду коливань, звичайно  $n = 100 \dots 250$ ;  $L$  – відстань між центрами ЗШП;  $\psi$  – додаткове фазове набігання хвилі під мембраною, що викликане дисперсією фазової швидкості ПАХ.

Електричний сигнал, що знімається з вихідного ЗШП, можна представити у вигляді:

$$\tilde{u} = \hat{G} \tilde{u}_0, \quad (2)$$

де  $\tilde{u}_0$  – електричний сигнал, що знімається з вихідного ЗШП, при відсутності дисперсії:

$$\tilde{u}_0 = U_0 \exp j \left( 2\pi f t + \psi_0 - \frac{2\pi}{\lambda_0} L \right), \quad (3)$$

де  $U_0$  і  $\psi_0$  – амплітуда і початкова фаза електричного сигналу;  $t$  – поточний час;  $\hat{G}$  – комплексний коефіцієнт дисперсії, аналітичний опис якого визначається формою, матеріалом, положенням і напрямком переміщення мембрани вздовж осей  $X$  і  $Y$ , тобто:

$$\hat{G} = \frac{L_0 - y}{L_0} + \frac{1}{L_0} \int_0^y \exp \left[ -j \frac{2\pi}{\lambda_0} \alpha(x) W(y) \right] dy, \quad (4)$$

де  $L_0$  – ширина акустичного потоку;  $W(y)$  – ширина мембрани;  $\alpha(x) = 0,5k \exp(-2\pi\rho)$ ; коефіцієнт електромеханічного зв'язку  $k = -2[V(x) - V_0]/V_0$ , який практично визначає відносну зміну фазової швидкості ПАХ при наявності тонкої металевієї плівки на поверхні п'єзоелектричного звукопроводу [5];  $V(x)$  – фазова швидкість ПАХ під мембраною.

Аналіз співвідношень (1)...(4) показує можливість створення двох типів сенсорів на основі дисперсії фазової швидкості при переміщенні мембрани у напрямку осей  $X$  і  $Y$ .

### 3.1 Переміщення мембрани вздовж осі X

При переміщенні вздовж осі  $X$  мембрани (рис.1), проекція якої перекриває акустичний потік по ширині і яка розміщена паралельно поверхні п'єзоелектричного звукопроводу, впливає, що  $W(y) = W_0, y = L_0$ .

Тоді, із (4) отримуємо співвідношення для коефіцієнта дисперсії:

$$\hat{G}_x = \exp(j\psi_x), \quad (5)$$

де  $\psi_x$  – фазовий зсув сигналу на виході ЛЗ на ПАХ, виникаючий в результаті дисперсії фазової швидкості ПАХ при розміщенні мембрани на відстані  $x$  від поверхні звукопроводу:

$$\psi_x = \pi N k \exp(-2\pi\rho), \quad (6)$$

де  $N = W_0 / \lambda_0$  – число довжин хвиль на збуреній ділянці звукопроводу. Результати розрахунків та вимірювань фазового зсуву зображено на рис.3.

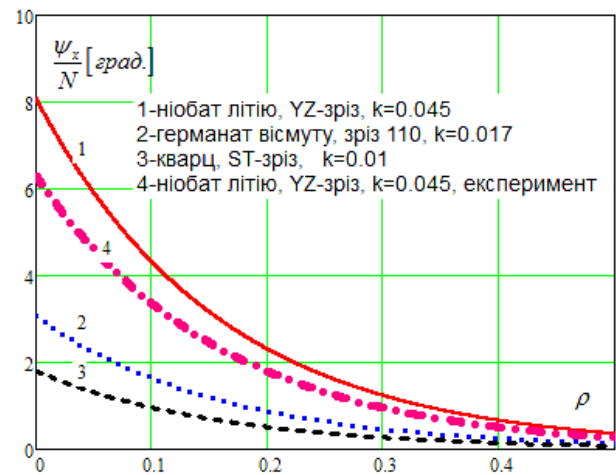


Рис. 3 – Теоретичні та експериментальні залежності фазового зсуву на одній довжині хвилі  $\psi_x/N$  від нормованого зазору  $\rho$ .

Із (6) впливає співвідношення для крутизни дисперсійної характеристики:

$$S_x = \frac{d\psi_x}{dx} = -\frac{2\pi^2 N k}{\lambda_0} \exp(-2\pi\rho). \quad (7)$$

Використовуючи співвідношення (1) і (6), приріст частоти ПАХ-генератора при переміщенні мембрани перпендикулярно поверхні п'єзоелектричного звукопроводу можна представити у вигляді:

$$F_x = -\frac{N f_0 k}{2n} \exp(-2\pi\rho). \quad (8)$$

Наприклад, для ніобата літію  $YZ$ -зрізу (при  $N = 100$  і  $\lambda_0 = 50$  мкм) при переміщенні мембрани в діапазоні  $\rho = 0,3 \dots 0,1$  крутизна дисперсійної характеристики змінюється в інтервалі  $S_x \approx -(16 \dots 54)$  град./мкм, що призведе при  $f_0 = 69,76$  МГц і  $n = 150$  до приросту частоти ПАХ-

генератора в інтервалі  $F_x \approx (161...557) \text{ кГц}$ , тобто середній коефіцієнт перетворення сенсора мікропереміщення складає:  $S_x \approx \Delta F_x / \Delta x \approx 39,6 \text{ кГц/мкм}$ .

Залежність прогинання мембрани  $x$  від тиску  $P$  визначається типом мембрани та її конструктивними параметрами. У випадку мембрани з жорстким центром прогинання мембрани визначається співвідношенням [7]:

$$x = \frac{A_p R^4 P}{E h^3}, \quad (9)$$

де  $A_p = 3(1 - \mu^2)(c^4 - 1 - 4c^2 \ln c) / 16c^4$ ;  $c = R/r_0$ ;  $R$  та  $r_0$  – робочий радіус мембрани та радіус її жорсткого центру;  $\mu$  і  $E$  – коефіцієнт Пуассона та модуль пружності матеріалу мембрани;  $h$  – товщина мембрани.

Із розрахунку для мембрани із сталі ( $\mu = 0,28$ ;  $E = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$ ;  $r_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $h = 10^{-3} \text{ м}$ ;  $R = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ ) впливає, що її переміщення в інтервалі  $\rho = 0,3...0,1$  буде здійснюватися під тиском в діапазоні  $P \approx (0...3,15 \cdot 10^5) \text{ Н/м}^2 \approx (0...2363) \text{ мм.рт.ст.}$  Таким чином, середній коефіцієнт перетворення сенсора тиску складає:

$$S_x \approx \Delta F_x / \Delta P \approx 1,26 \text{ Гц/Н} \times \text{м}^2 \approx 167 \text{ Гц/мм.рт.ст.}$$

Змінюючи число довжин хвиль на збуреній ділянці звукопроводу  $N$ , робочу частоту генератора  $f_0$  та застосовуючи сильні п'єзоелектрики (ніобат літію, германат вісмуту, окис цинку, нітрид алюмінію та ін.), можливо забезпечити необхідний коефіцієнт перетворення сенсора. Розглянутий сенсор може бути застосований для вимірювання мікропереміщень, прискорення, сили, тиску, а також в якості приймача гідроакустичних сигналів.

### 3.2 Переміщення прямокутної мембрани (зонда) вздовж осі Y

При переміщенні прямокутного зонду паралельно поверхні п'єзоелектричного звукопроводу на відстані  $x = \rho \lambda_0$ , вздовж осі Y (рис. 1) впливає, що  $W(y) = W_0$ . Тоді із (4) отримаємо співвідношення для коефіцієнта дисперсії:

$$\hat{G}_\square = G_\square \exp(j\psi_\square), \quad (10)$$

де  $G_\square$  та  $\psi_\square$  – модуль і аргумент (додатковий зсув фази) коефіцієнта дисперсії, що визначаються співвідношеннями:

$$G_\square = \sqrt{1 - 4\rho_\square(1 - \rho_\square)\sin^2 \beta_\square}; \quad (11)$$

$$\psi_\square = -\arctg \frac{\rho_\square \sin(2\beta_\square)}{1 - 2\rho_\square \sin^2 \beta_\square}, \quad (12)$$

де  $\beta_\square = 0,5\pi Nk \exp(-2\pi\rho)$  – параметр дисперсії;  $\rho_\square = y/L_0$  – нормоване переміщення зонда. Результати розрахунку коефіцієнту дисперсії для звукопро-

воду з ніобіту літія YZ-зрізу і трьох значень нормованого зазору  $\rho$  при  $N = 100$  зображено на рис.4.

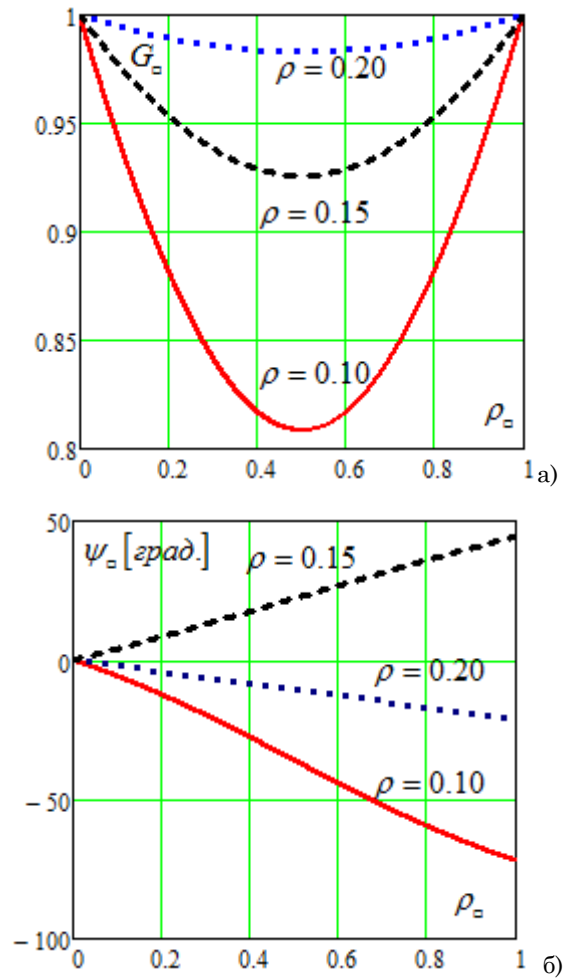


Рис. 4 – Теоретичні залежності модуля  $G_\square$  (а) та аргумента  $\psi_\square$  (б) коефіцієнта дисперсії від нормованого переміщення мембрани (зонда)  $\rho_\square$

Використовуючи співвідношення (1) і (12), приріст частоти ПАХ-генератора при переміщенні зонда у напрямку осі Y можна представити у вигляді:

$$F_\square = \frac{f_0}{2\pi n} \arctg \frac{\rho_\square \sin(2\beta_\square)}{1 - 2\rho_\square \sin^2 \beta_\square}. \quad (13)$$

Наприклад, для ніобату літію YZ-зрізу (при  $N = 100$ ;  $\rho = 0,10$ ;  $f_0 = 69,76 \text{ МГц}$  та  $n = 150$ ) переміщення зонда в діапазоні  $\rho_\square = 0...1$  призведе до зміни частоти ПАХ-генератора в інтервалі  $F_\square \approx (0...90) \text{ кГц}$ , тобто середній коефіцієнт перетворення сенсора при  $L_0 = 16\lambda_0$  складає:  $S_\square \approx \Delta F_\square / \Delta y \approx 112 \text{ Гц/мкм}$ .

### 3.3 Переміщення трикутної мембрани (зонда) вздовж осі Y

При переміщенні трикутного зонда паралельно поверхні п'єзоелектричного звукопроводу на відстані  $x = \rho \lambda_0$  вздовж осі Y (рис. 2) впливає, що

$W(y) = 2ytg\varphi$ , де  $\varphi$  – половина кута при вершині трикутника. Тоді, використовуючи співвідношення (4), комплексний коефіцієнт дисперсії приймає вигляд:

$$\hat{G}_\Delta = G_\Delta \exp(j\psi_\Delta), \quad (14)$$

де  $G_\Delta$  і  $\psi_\Delta$  – модуль і аргумент (додатковий фазовий зсув) коефіцієнта дисперсії, що визначаються як:

$$G_\Delta = \sqrt{(1-\rho_\Delta)^2 + \frac{(1-\rho_\Delta)\sin(2\gamma)}{L_0\beta_\Delta} + \frac{[\sin(\gamma)]^2}{L_0^2\beta_\Delta^2}}, \quad (15)$$

$$\psi_\Delta = -\arctg \frac{2[\sin(\gamma)]^2}{2\beta_\Delta L_0(1-\rho_\Delta) + \sin(2\gamma)}, \quad (16)$$

де  $\gamma = \beta_\Delta L_0 \rho_\Delta$ ;  $\beta_\Delta = \pi k \cdot tg\varphi \cdot \lambda_0^{-1} \exp(-2\pi\rho)$  – параметр дисперсії;  $\rho_\Delta = y/L_0$  нормоване переміщення зонда. Результати розрахунків коефіцієнта дисперсії для звукопроводу з ніобату літія YZ-зрізу для трьох значень нормованого зазору  $\rho$  при  $N=100$  представлені на рис. 5.

Використовуючи співвідношення (1) і (16), приріст частоти ПАХ-генератора при переміщенні зонда у напрямку осі Y можна представити у вигляді:

$$F_\Delta = -\frac{f_0}{2\pi n} \arctg \frac{2[\sin(\gamma)]^2}{2\beta_\Delta L_0(1-\rho_\Delta) + \sin(2\gamma)} \quad (17)$$

Наприклад, для ніобату літію YZ-зрізу (при  $L_0 = 16\lambda_0$ ;  $\rho = 0,15$ ;  $f_0 = 69,76$  МГц; та  $n = 150$ ) переміщення зонда в діапазоні  $\rho_\Delta = 0 \dots 1$  призведе до

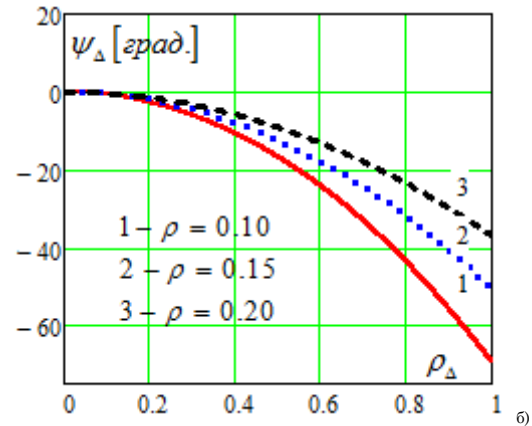
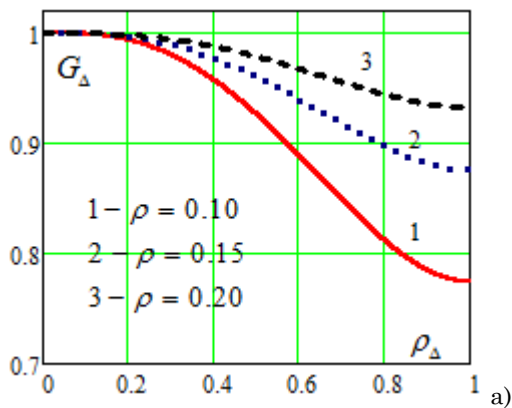


Рис. 5 – Залежність модуля  $G_\Delta$  (а) та аргумента  $\psi_\Delta$  (б) коефіцієнта дисперсії від нормованого переміщення зонда  $\rho_\Delta$  при:  $L_0 = 16\lambda_0$ ;  $\lambda_0 = 50$  мкм;  $tg\varphi = 1$

зміни частоти ПАХ-генератора в інтервалі  $F_\Delta \approx (0 \dots 65)$  кГц, тобто середній коефіцієнт перетворення сенсора складає:  $S_\Delta \approx \Delta F_\Delta / \Delta y \approx 81$  Гц/мкм.

Однак, сенсор з трикутним зондом має значну нелінійність та низьку чутливість на початковій ділянці вихідної характеристики (рис. 5, а) у порівнянні з прямокутним зондом.

#### 4. ВИСНОВКИ

Результати теоретичних та експериментальних досліджень, аналіз співвідношень (8), (13) і (17) показують, що коефіцієнт перетворення сенсорів на базі збурення електричного поля ПАХ залежить як від конструктивних параметрів модуля на ПАХ і матеріалу п'єзоелектричного звукопроводу, так і від форми та напрямку переміщення мембрани (зонда). Сенсор з переміщенням мембрани вздовж осі X доцільно використовувати при зміні нормованого зазору в інтервалі  $\rho = (0 \dots 0,5)\lambda_0$ . При більших значеннях переміщення рекомендується використовувати конструкції, в яких рух прямокутного зонда буде відбуватися у напрямку осі Y.

Розроблені математичні моделі можуть бути використані при створенні високочутливих сенсорів мікропереміщень, прискорення, сили та тиску, а також в якості приймача гідроакустичних сигналів.

## Математические модели сенсоров микроперемещений и давления на основе возмущения электрического поля поверхностных акустических волн

М.Ф. Жовнір, О.О. Олейник, Л.Д. Писаренко

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»,  
ул. Политехническая, 16/9, 03056 Киев-56, Украина

Приведены функциональные схемы, математические модели и оценка метрологических параметров сенсоров микроперемещений и давления на основе возмущения электрического поля поверхностных акустических волн (ПАВ), которые распространяются на поверхности пьезоэлектрика.

**Ключевые слова:** Поверхностные акустические волны (ПАВ), Дисперсия фазовой скорости волны, ПАВ-генератор, Сенсор микроперемещений и давления.

## Mathematical Models of Pressure and Microdisplacement Sensors Based on Electric Field Perturbation of the Surface Acoustic Waves

M.F. Zhovnir, O.O. Oliinyk, L.D. Pysarenko

National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute",  
16/9, Polytechnique St., 03056 Kyiv-56, Ukraine

The paper describes the functional charts, mathematical models and metrological parameters estimation of microdisplacements and pressure sensors on the basis of the electric field perturbation of the surface acoustic waves (SAW), which are distributed on the surface of a piezoelectric

**Keywords:** Surface acoustic waves (SAW), Dispersion of the phase velocity of the wave, SAW oscillator, Microdisplacement and pressure sensor.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. П.Ф. Поляков, В.А. Хорунжий, В.П. Поляков, *Акустоэлектроника. Физико-технологические основы и применение: Справ. пособие: Том 1* (Харьков: ООО «Компания СМІТ»: 2007) (P.F. Polyakov, V.A. Khorunzhiy, V.P. Polyakov, *Akustoelektronika. Fiziko-tehnologicheskiye osnovy i primeneniye: Sprav. posobiye: Tom 1* (Kharkov: ООО «Kompaniya SMIT»: 2007)).
2. М.Ф. Жовнір, М.Г. Черняк, Д.В. Черненко та ін., *Електроніка і зв'язок* **60** No 1, 153 (2011) (M.F. Zhovnir, M.H. Chernyuk, D.V. Chernenko ta in., *Elektronika i zv'yazok* **60** No 1, 153 (2011)).
3. D. Chernenko, M. Zhovnir, O. Oliinyk, B. Tsyganok, *35th International Spring Seminar on Electronics Technology „Power Electronics” (ISSE 2012)*, 424 (Bad Aussee (Austria): IEEE Press: 2012).
4. М.Ф. Жовнір, М.Г. Черняк, А.А. Дідківський, С.С. Наушенко, Р.І. Ковтун, В.М. Дейнеко, Пат. 71213 Україна, МПК(2004): G01L11/00, опубл. 15.11.2004, бюл. № 11/2004 (M.F. Zhovnir, M.H. Chernyuk, A.A. Didkiv's'kyu, S.S. Naushenko, R.I. Kovtun, V.M. Deyneko, Pat. 71213 Ukrayina, MPK(2004): G01L11/00, opubl. 15.11.2004, byul. № 11/2004).
5. *Фильтры на поверхностных акустических волнах: Расчет, технология и применение: Пер. с англ.* (Под ред. Г. Мэттьюза) (Москва: Радио и связь: 1981) (*Fil'try na poverkhnostnykh akusticheskikh volnakh: Raschet, tekhnologiya i primeneniye: Per. s angl.* (Pod red. G. Mett'yuza) (Moskva: Radio i svyaz': 1981)).
6. Г.Т. Шитиков, *Стабильные автогенераторы метровых и дециметровых волн* (Москва: Радио и связь: 1983) (G.T. Shitikov, *Stabil'nyye avtogeneratory metrovykh i detsimetrovykh voln* (Moskva: Radio i svyaz': 1983)).
7. С.Д. Пономарев, Л.Е. Андреева, *Расчет упругих элементов машин и приборов* (Москва: Машиностроение: 1980) (S.D. Ponomarev, L.Ye. Andreyeva, *Raschet uprugikh elementov mashin i priborov* (Moskva: Mashinostroyeniye: 1980)).