

Фотостимулированная отрицательная проводимость полупроводниковой сверхрешетки

С.В. Крючков^{1,2,*}, Е.И. Кухарь^{1,+}

¹ Волгоградский государственный социально-педагогический университет,
Лаборатория физики низкоразмерных систем, пр. им. В.И. Ленина, 27, 400066 Волгоград, Россия

² Волгоградский государственный технический университет,
пр. им. В.И. Ленина, 28, 400005 Волгоград, Россия

(Получено 02.09.2015; опубликовано online 24.12.2015)

Вычислена плотность тока в сверхрешетке, помещенной в квантующее электрическое поле и поле электромагнитного излучения. Вычисления проведены с учетом неупругого рассеяния носителей заряда на фононах. Показана возможность абсолютной отрицательной проводимости, т.е. возникновения электрического тока, направленного против вектора напряженности квантующего электрического поля.

Ключевые слова: Сверхрешетка, штарковское квантование, вольт-амперная характеристика, электромагнитное излучение.

PACS numbers: 73.21.Cd, 72.20.Ht, 73.50.Fq

1. ВВЕДЕНИЕ

В последнее время ведется теоретическое и экспериментальное исследование влияния сильных электромагнитных (ЭМ) полей на электрические свойства низкоразмерных структур со сверхрешеткой (СР) [1-8]. Необходимость таких исследований вызвана возможностями использования квантовых СР для создания усилителей и генераторов излучения терагерцового диапазона [2, 9, 10]. Особое внимание уделяется СР на основе графена [3, 11-19], что объясняется высокой подвижностью носителей заряда в графене по сравнению с обычными полупроводниками [20-23].

При определенных условиях сильное электрическое поле, приложенное вдоль оси СР, приводит к кардинальному изменению электронного спектра [24-28]: непрерывный спектр преобразуется в набор эквидистантных энергетических уровней (так называемая штарковская лестница). В [9,29] обсуждаются возможности использования межуровневых электронных переходов для генерации ЭМ излучения. Индуцированная сильным электрическим полем, локализация волновых функций электронных состояний (так называемые состояния Ванье-Штарка) изучена теоретически в [24-28, 30]. Экспериментально состояния Ванье-Штарка наблюдались в [31-35]. В [36] теоретически исследовано штарковское квантование в графене.

В [37, 38] построена общая теория электропроводности полупроводников, учитывающая конечность зоны проводимости и электрон-фононное взаимодействие. Отметим, что электрон-фононное взаимодействие в условиях штарковского квантования изучено в [4, 39]. В [40] на основе общего метода, развитого в [37, 38], вычислена плотность тока, возникающая вдоль оси двумерного материала с СР в условиях квантующего электрического поля. Расчеты, выполненные в [40], показали возможность электро-

фонного резонанса (ЭФР), предсказанного в [41] для объемных полупроводников. Продольная вольт-амперная характеристика (ВАХ) СР имеет, согласно [40], логарифмические особенности, возникающие за счет переходов между штарковскими уровнями с участием фонона.

В [42, 43] исследовано влияние высокочастотного (ВЧ) ЭМ излучения, напряженность электрического поля которого осциллирует в направлении, перпендикулярном оси СР, на продольную проводимость двумерной СР, помещенной в квантующее электрическое поле. Причем в [43] пренебрегалось поглощением и испусканием квантов ВЧ поля. В [42] отмечалось, что в условиях ВЧ поля в узкозонных полупроводниках возможно наблюдать явление так называемой абсолютной отрицательной проводимости (АОП), при котором ток течет в направлении, противоположном постоянному электрическому полю. Существенным обстоятельством здесь было наличие конечной ширины зоны проводимости, как в продольном, так и в поперечном по отношению к тянущему полю направлении. Данный эффект, индуцированный ВЧ токами, экспериментально наблюдался в джозефсоновских контактах [44]. В [8] обсуждалась возможность АОП в графеновой СР, подверженной действию слабого ЭМ излучения. АОП, индуцированная микроволновым излучением в полупроводниках, помещенных в квантующее магнитное поле исследовано в [45, 46].

Ниже вычислена плотность тока, возникающего вдоль оси квантовой СР, помещенной в квантующее электрическое поле и в поле ЭМ излучения (магнитное поле в отличие от [45, 46] отсутствует). В настоящей работе учитываются процессы поглощения и излучения квантов ВЧ поля, что делает полученные результаты отличными от [43]. Найдено условие возникновения АОП и вычислен соответствующий ток. В отличие от [8] исследован случай интенсивного ЭМ излучения.

* svkruchkov@yandex.ru

+ eikuhar@yandex.ru

2. РЕЗОНАНСЫ ПЛОТНОСТИ ТОКА В СР В КВАНТУЮЩЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассмотрим двумерную структуру со СР, помещенную в плоскости xu таким образом, что Ox – ось СР. В приближении сильной связи динамика электронов в минизоне в ряде полупроводниковых СР описывается следующим законом дисперсии:

$$\varepsilon_{\text{SL}}(\mathbf{p}) = \frac{p_y^2}{2m} + 2\Delta \sin^2 \frac{p_x d}{2\hbar}. \quad (1)$$

где $m = \text{const}$ – постоянная эффективная масса, соответствующая движению электрона в направлении Oy , Δ – полуширина минизоны, d – период СР. Например, (1) описывает движение электронов в минизоне СР на основе GaAs/AlGaAs [1,2,40].

Пусть рассматриваемая структура облучается ЭМ волной, напряженность электрического поля которой совершает осцилляции в плоскости структуры xu с

$$j_{\pm} = \frac{2\pi e d n_0}{\hbar} \sum_{\mathbf{q}} \sum_{p_y} \sum_{p'_y} v f(p_y) |C_{\mathbf{q}}|^2 |M_v(q_x)|^2 \times \\ \times \sum_s |G_s(q_y)|^2 \left(N_{\mathbf{q}} + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \delta(\varepsilon_{p'_y} - \varepsilon_{p_y} \pm \hbar \omega_{\mathbf{q}} - v \hbar \Omega_{\text{St}} - s \hbar \omega) \delta_{p'_y, p_y - \hbar q_y}. \quad (3)$$

Здесь $N_{\mathbf{q}}$ – число фононов с волновым вектором \mathbf{q} , $|C_{\mathbf{q}}|^2 = g/q^2$, g – константа связи электронов с фононами [39], n_0 – поверхностная концентрация свободных носителей заряда. Функция распределения электронов по поперечным составляющим квазиимпульса $f(p_y)$, входящая в (3) и учитывающая разогрев электронного газа, вызванный ВЧ ЭМ полем, является решением уравнения баланса [37,38]. В приближении сильной связи квадрат матричного элемента $M_v(q_x)$ оператора, учитывающего влияние квантующего электрического поля, равен [42]:

$$|M_v(q_x)|^2 = J_v^2 \left(\frac{\Delta}{\hbar \Omega_{\text{St}}} \sin \frac{q_x d}{2} \right). \quad (4)$$

где $J_v(\theta)$ – функция Бесселя. В приближении

$$j_x = \frac{\pi e d n_0 g}{2 \hbar^4} \left(\frac{\Delta}{\Omega_{\text{St}}} \right)^2 \sum_{v=\pm 1} \sum_s \sum_{\mathbf{q}} \frac{v}{q^2} \sin^2 \left(\frac{q_x d}{2} \right) J_s^2(a_0 d q_y) \delta(\omega_0 - v \Omega_{\text{St}} - s \omega), \quad (6)$$

где обозначено: $a_0 = eE_0/m\omega^2 d$. Из (6) следует, что плотность тока испытывает резонанс, если выполняется равенство: $\omega_0 = s\omega \pm \Omega_{\text{St}}$. В частности, при $s = 1$ возможны следующие ситуации [8]. В случае, если $\Omega_{\text{St}} = \omega_0$, возникает ЭФР [40, 41]: всплеск тока, вызванный переходами электронов между штарковскими уровнями с излучением фонона. В ситуации, когда $\Omega_{\text{St}} = \omega_0 - \omega$, резонансы тока связаны с переходами между уровнями с излучением фонона и поглощением кванта ВЧ поля. Если $\Omega_{\text{St}} = \omega_0 + \omega$, то

амплитудой E_0 и частотой ω . Кроме того, считаем, что вдоль оси СР приложено сильное постоянное электрическое поле напряженностью \mathbf{E} , для которого выполнены следующие условия:

$$\varepsilon_g \gg \hbar \Omega_{\text{St}}, \quad \Omega_{\text{St}} \tau \gg 1, \quad (2)$$

где $\Omega_{\text{St}} = eEd/\hbar$ – штарковская частота, τ – время релаксации, ε_g – щель в зонной структуре. Первое условие (2) позволяет использовать одноминизонное приближение. Второе неравенство (2) является условием квантования энергии движения носителей заряда вдоль оси СР [24-28]:

$$\varepsilon = \varepsilon_{p_y} + \hbar \Omega_{\text{St}} \nu.$$

Согласно общей теории ток j_x , возникающий вдоль оси СР под действием указанных выше полей, равен [37]: $j_x = j_+ + j_-$, где

эффективной массы квадрат матричного элемента $G_s(q_y)$ оператора, учитывающего влияние электрического поля ЭМ волны, имеет вид [42]:

$$|G_s(q_y)|^2 = J_s^2 \left(\frac{eE_0 q_y}{m\omega^2} \right). \quad (5)$$

Полагаем температуру настолько малой, что выполнено условие: $N_{\mathbf{q}} \ll 1$. В этом случае, как видно из (3), процессы, идущие с поглощением фононов, можно не учитывать. Кроме того, считаем энергию поперечного движения, усредненную по каноническому ансамблю, значительно меньшей чем $\hbar \Omega_{\text{St}}$, что позволяет пренебречь поперечной дисперсией электронов. Полагая $g = \text{const}$, $\hbar \Omega_{\text{St}} \gg \Delta$ и пренебрегая дисперсией фонона ($\omega_{\mathbf{q}} = \omega_0 = \text{const}$), перепишем (3) с учетом выше сказанного:

резонансы тока вызваны переходами с излучением фонона и кванта ВЧ поля. Если выполняется условие: $\omega = \omega_0 + \Omega_{\text{St}}$, то значение плотности тока j_x в резонансе, согласно (6), оказывается отрицательным. Эта ситуация соответствует АОП: ток течет против постоянного электрического поля. Электронные переходы, ответственные за этот эффект, сопровождаются поглощением кванта ВЧ поля и излучением фонона (рис. 1).

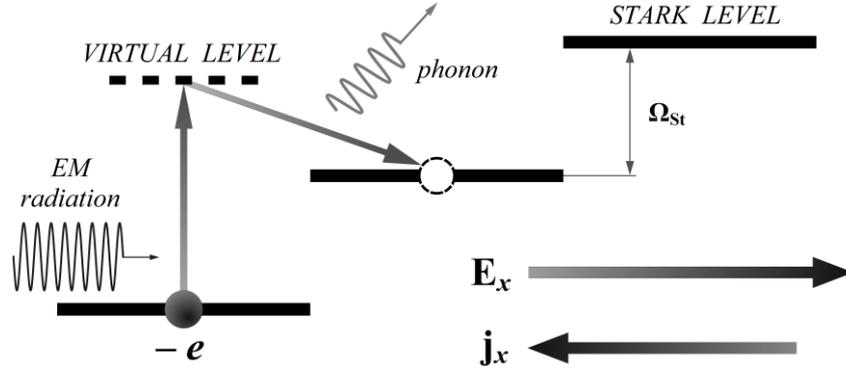


Рис. 1 – Схема процесса (эффект АОП). $\omega = \omega_0 + \Omega_{St}$

3. ВАХ СР В ПОЛЕ ЭМ ВОЛНЫ

Для количественного анализа ВАХ СР в рассматриваемой ситуации необходимо учесть конечность ширины резонансов и значений тока в них. Уширение резонансов может быть вызвано, например, столкновениями носителей с акустическими фононами, наличием дисперсии оптических фононов и т.д. В связи с этим заменим в (6) δ -функции их лоренцевскими представлениями. Производя также замену суммирования по \mathbf{q} интегрированием, запишем вместо (6):

$$j_x = 4j_0 \left(\frac{\omega_0}{\Omega_{St}} \right)^2 \sum_{\nu=\pm 1} \sum_s \frac{\nu}{1 + (\omega_0 - \nu\Omega_{St} - s\omega)^2 \tau^2} \times \int_0^\pi Q_s(a_0\xi) \sin^2\left(\frac{\xi}{2}\right) \frac{d\xi}{\xi}. \quad (7)$$

Здесь обозначено: $j_0 = ed^3 \Delta^2 n_0 g \tau / 8\pi^2 \hbar^4 \omega_0^2$,

$$Q_s(a_0\xi) = \int_0^\infty \frac{J_s^2(a_0\xi u) du}{1+u^2}. \quad (8)$$

Рассмотрим ситуацию, когда СР подвержена слабому ЭМ излучению ($a_0 \ll 1$). В этом случае в сумме s в формуле (7) можно оставить только слагаемые с $s = 0, \pm 1$. При этом $Q_0(a_0\xi) \sim \pi/2$. Для того, чтобы вычислить $Q_1(a_0\xi)$ в первом исчезающем приближении по параметру a_0 воспользуемся следующими интегральными представлениями:

$$j_x = 2j_0 \left(\frac{\omega_0}{\Omega_{St}} \right)^2 \left[\frac{\pi}{1 + (\omega_0 - \Omega_{St})^2 \tau^2} + \frac{4a_0}{3} \left(\frac{1}{1 + (\omega_0 - \Omega_{St} - \omega)^2 \tau^2} + \frac{1}{1 + (\omega_0 - \Omega_{St} + \omega)^2 \tau^2} - \frac{1}{1 + (\omega_0 + \Omega_{St} - \omega)^2 \tau^2} \right) \right]. \quad (13)$$

Пусть значение напряженности квантующего поля далеко от условий возникновения ЭФР ($|\omega_0 - \Omega_{St}| \tau \gg 1$). Тогда плотность тока в резонансе, соответствующем условию $\omega = \omega_0 + \Omega_{St}$, равна:

$$J_1^2(\theta) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(2\xi_1) J_0(2\theta \sin \xi_1) d\xi_1, \quad (9)$$

$$J_0(\theta) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{i\theta \sin \xi_2} d\xi_2,$$

перепишем (8) для $s = 1$:

$$Q_1(a_0\xi) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\pi d\xi_2 \int_0^\pi \cos(2\xi_1) d\xi_1 \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(2ia_0\xi u \sin \xi_1 \sin \xi_2) du}{1+u^2}. \quad (10)$$

Используя следующее соотношение:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{iqu} du}{1+u^2} = \pi e^{-|q|},$$

перепишем (10):

$$Q_1(a_0\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\xi_2 \times \int_0^\pi \exp(-2a_0\xi \sin \xi_1 \sin \xi_2) \cos(2\xi_1) d\xi_1. \quad (11)$$

Интегрирование в (11) в линейном по параметру a_0 приближении дает:

$$Q_1(a_0\xi) = \frac{4a_0\xi}{3\pi}. \quad (12)$$

Подставив $s = 0, \pm 1$, формулу (12) в (7) и интегрируя по переменной ξ , получим:

$$j_{ANC} \sim -\frac{e^2 d^2 n_0 g \tau}{3\pi^2 m \hbar^4 \omega^2} \left(\frac{\Delta}{\Omega_{St}} \right)^2 E_0. \quad (14)$$

В слабых ВЧ полях эффект АОП мал по сравнению с ЭПР. Действительно при $a_0 = 0.1$, отношение абсо-

плотных значений плотности тока в резонансах, соответствующих эффекту АОП (14) и ЭФР (j_{EPR}), составляет порядок: $|j_{\text{ANC}}/j_{\text{EPR}}| \sim 10^{-2}$. Для увеличения абсолютного значения плотности тока j_{ANC} необходимо подвергать СР интенсивному ЭМ излучению.

Рассмотрим теперь случай сильного ЭМ излучения ($a_0 \gg 1$). Для этого используем следующее

$$j_x = \frac{j_0}{a_0} \left(\frac{\omega_0}{\Omega_{\text{St}}} \right)^2 \left[\frac{\ln(2a_0)}{1 + (\omega_0 - \Omega_{\text{St}})^2 \tau^2} + \sum_{s=1}^{\infty} \left(\ln(2a_0) - \psi \left(s + \frac{1}{2} \right) \right) \times \right. \\ \left. \times \left(\frac{1}{1 + (\omega_0 - \Omega_{\text{St}} - s\omega)^2 \tau^2} + \frac{1}{1 + (\omega_0 - \Omega_{\text{St}} + s\omega)^2 \tau^2} - \frac{1}{1 + (\omega_0 + \Omega_{\text{St}} - s\omega)^2 \tau^2} \right) \right]. \quad (16)$$

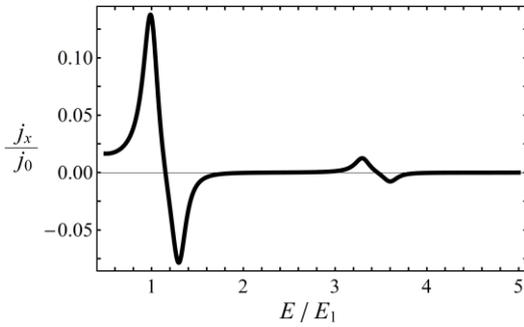


Рис. 2 – Зависимость плотности тока от напряженности квантующего электрического поля. $\omega = 2.3\omega_0$, $\omega_0\tau = 10$, $a_0 = 10$

График зависимости плотности тока от напряженности квантующего электрического поля, построенный по формуле (16) показан на рисунке 2 (здесь $E_1 \equiv \hbar/ed\tau$). Согласно этому графику, всплеск отрицательного тока возникает вблизи значений напряженности квантующего электрического поля, для которых выполнено условие:

$$s\omega = \omega_0 + \Omega_{\text{St}}, \quad s = 1, 2, \dots \quad (17)$$

Из рисунка 2 также видно, что при использовании интенсивных ВЧ полей абсолютные значения токов j_{EPR} и j_{ANC} становятся сравнимыми по порядку величины.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как указывалось выше, отрицательная плотность тока на рисунке 2 соответствует тому, что ток течет

асимптотическое поведение функции (8) при больших значениях a_0 :

$$Q_s(a_0\xi) \sim \frac{1}{\pi a_0\xi} \left(\ln(2a_0\xi) - \psi \left(s + \frac{1}{2} \right) \right), \quad (15)$$

где $\psi(x)$ – дигамма-функция. После подстановки (15) в (7) получаем следующее выражение для плотности тока:

против направления квантующего электрического поля (эффект АОП). Из рисунка 2 видно, что резонанс отрицательного тока возникает при выполнении условия (17). Предсказанный эффект АОП не зависит от вида статистики электронного газа (т.е. от конкретного вида функции распределения и степени разогрева). Возможность такого эффекта является следствием закона сохранения энергии в условиях штарковского квантования. Действительно, при выполнении условия (17) возникают электронные переходы между штарковскими уровнями с поглощением s фотонов и излучением фотона (на рисунке 1 показана ситуация, когда $s = 1$). В результате энергия электрона повышается, и он движется против поля. Таким образом, необходимым условием возникновения АОП является передача энергии электронной подсистеме. Последнее достигается за счет облучения образца ЭМ волной. Как видно из (14) в отсутствие ЭМ волны ($E_0 = 0$) эффект АОП исчезает.

Существует некая аналогия данного эффекта с эффектом поглощения света атомом. При этом электрон переходит на более высокий энергетический уровень, “удаляясь” от атомного ядра. Таким образом, электрон “движется” в направлении противоположном направлению кулоновской силы.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России на выполнение государственных работ в сфере научной деятельности в рамках базовой части государственного задания № 2014/411 (код проекта: 522).

Photostimulated Negative Conductivity of Semiconductor Superlattice

S.V. Kryuchkov^{1,2}, E.I. Kukhar¹¹ *Volgograd State Socio-Pedagogical University, Physical Laboratory of Low-Dimensional Systems, V.I. Lenin Avenue, 27, 400066 Volgograd, Russia*² *Volgograd State Technical University, V.I. Lenin Avenue, 28, 400005 Volgograd, Russia*

Current density in superlattice placed in quantizing electric field and field of electromagnetic radiation has been calculated. The calculations were performed by taking into account an inelastic scattering of charge carriers by phonons. Possibility of the effect of absolute negative conductivity, i.e. the effect of appearance of electric current flowing in opposite direction than that of vector of quantizing electric field intensity, has been shown.

Keywords: Superlattice, Stark quantization, Current-voltage characteristic, Electromagnetic radiation.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. P. Robrish, J. Xu, S. Kobayashi, P.G. Savvidis, B. Kolasa, G. Lee, D. Mars, S.J. Allen, *Physica E* **32**, 325 (2006).
2. K.N. Alekseev, M.V. Gorkunov, N.V. Demarina, T. Hyart, N.V. Alexeeva, A.V. Shorokhov, *Europhys. Lett.* **73**, 934 (2006).
3. G.J. Ferreira, M.N. Leuenberger, D. Loss, J.C. Egues, *Phys. Rev. B* **84**, 125453 (2011).
4. A. Ka Chun Cheung, M. Berciu, *Phys. Rev. B* **88**, 035132 (2013).
5. S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar, *J. Nanoelectron. Optoelectron.* **9**, 564 (2014).
6. A.G. Balanov, A.A. Koronovskii, O.I. Moskalenko, A.O. Selskii, A.E. Hramov, *Phys. Wave Phenom.* **23**, 28 (2015).
7. S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar, M.N. Zolotykh, *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **75**, 1582 (2011).
8. S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar', *Superlattice. Microstruct.* **83**, 322 (2015).
9. V.F. Elesin, Yu.V. Kopaev, *Phys.-Usp.* **46**, 752 (2003).
10. Yu.A. Romanov, Yu.Yu. Romanova, *Semiconductors* **39**, 147 (2005).
11. M. Barbier, P. Vasilopoulos, F.M. Peeters, *Phys. Rev. B* **81**, 075438 (2010).
12. D. Bolmatov, C.-Y. Mou, *JETP* **112**, 102 (2011).
13. D.V. Zavialov, V.I. Konchenkov, S.V. Kryuchkov, *Semiconductors* **46**, 109 (2012).
14. J.C.W. Song, A.V. Shytov, L.S. Levitov, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 266801 (2013).
15. S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar', O.S. Nikitina, *Superlattice. Microstruct.* **60**, 524 (2013).
16. J.A. Briones-Torres, J. Madrigal-Melchor, J.C. Martinez-Orozco, I. Rodriguez-Vargas, *Superlattice. Microstruct.* **73**, 98 (2014).
17. S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar', D.V. Zav'yalov, *Laser Phys.* **23**, 065902 (2013).
18. S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar', *Chaos* **25**, 073116 (2015).
19. S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar', *Laser Phys.* **25**, 095901 (2015).
20. Y.Q. Wu, P.D. Ye, M.A. Capano, Y. Xuan, Y. Sui, M. Qi, J.A. Cooper, T. Shen, D. Pandey, G. Prakash, R. Reifengerger, *Appl. Phys. Lett.* **92**, 092102 (2008).
21. D.S.L. Abergel, V. Apalkov, J. Berashevich, K. Ziegler, T. Chakraborty, *Adv. Phys.* **59**, 261 (2010).
22. D.V. Zav'yalov, S.V. Kryuchkov, E.V. Marchuk, *Tech. Phys. Lett.* **34**, 915 (2008).
23. D.V. Zav'yalov, V.I. Konchenkov, S.V. Kryuchkov, *Phys. Solid State* **52**, 800 (2010).
24. J. Bleuse, G. Bastard, P. Voisin, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 220 (1988).
25. J. Rotvig, A.-P. Juaho, H. Smith, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1831 (1995).
26. M. Gluck, A.R. Kolovsky, H.J. Korsch, N. Moiseyev, *Eur. Phys. J. D* **4**, 239 (1998).
27. M. Gluck, A.R. Kolovsky, H.J. Korsch, *Phys. Rep.* **366**, 103 (2002).
28. V.I. Sankin, P.P. Shkrebii, N.S. Savkina, N.A. Kuznetsov, *JETP Lett.* **77**, 34 (2003).
29. B.S. Shchamkhalova, R.A. Suris, *Superlattice. Microstruct.* **17**, 151 (1995).
30. M. Gluck, A.R. Kolovsky, H.J. Korsch, F. Zimmer, *Phys. Rev. B* **65**, 115302 (2002).
31. P. Voisin, J. Bleuse, C. Bouche, S. Gaillard, C. Alibert, A. Regreny, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1639 (1988).
32. F. Beltram, F. Capasso, D.L. Sivco, A.L. Hutchinson, S.G. Chu, A.Y. Cho, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 3167 (1990).
33. G. Wang, P. Tronc, J. Depeyrot, J.C. Harmand, J.F. Palmier, V.P. Kochereshko, *Superlattice. Microstruct.* **16**, 321 (1994).
34. M. Helm, W. Hilber, G. Strasser, R. DeMeester, F.M. Peeters, *Braz. J. Phys.* **29**, 652 (1999).
35. B. Rosam, D. Meinhold, F. Loser, V.G. Lyssenko, S. Glutsch, F. Bechstedt, F. Rossi, K. Kohler, K. Leo, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1307 (2001).
36. H.K. Kelardeh, V. Apalkov, M.I. Stockman, *Phys. Rev. B* **90**, 085313 (2014).
37. V.V. Bryksin, Yu.A. Firsov, *JETP* **34**, 1272 (1972).
38. I.B. Levinson, Ya. Yasevichyute, *JETP* **35**, 991 (1972).
39. K. Hacker, *phys. status solidi* **33**, 607 (1969).
40. S.V. Kryuchkov, N.P. Mikheev, *Soviet Physics. Semiconductors* **16**, 2043 (1982).
41. V.V. Bryksin, Yu.A. Firsov, S.A. Ktitorov, *Solid State Commun.* **39**, 385 (1981).
42. S.V. Kryuchkov, V.A. Yakovlev, *Soviet Physics. Semiconductors* **10**, 171 (1976).
43. S.V. Kryuchkov, N.P. Mikheev, *Soviet Physics. Semiconductors* **18**, 809 (1984).
44. J. Nagel, D. Speer, T. Gaber, A. Sterck, R. Eichhorn, P. Reimann, K. Ilin, M. Siegel, D. Koelle, R. Kleiner, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 217001 (2008).
45. V.F. Elesin, *Phys.-Usp.* **48**, 183 (2005).
46. V.I. Ryzhii, *Phys.-Usp.* **48**, 191 (2005).