

Влияние внешнего периодического воздействия на кинетику фрагментации металлов при интенсивной пластической деформации

А.В. Хоменко*, Д.С. Трощенко, Д.В. Бойко, М.В. Захаров

Сумский государственный университет, ул. Римского-Корсакова, 2, 40007 Сумы, Украина

(Получено 12.12.2014; опубликовано online 25.03.2015)

В рамках теории фазовых переходов Ландау исследуется фрагментация твердых тел в процессе интенсивной пластической деформации. Для описания образующихся дефектных структур введены плотности границ зерен, дислокаций и энтропия, что позволяет учесть два канала диссипации энергии (тепловой и образования дефектов). Построена фазовая диаграмма, определяющая области реализации различных типов предельных структур. Исследовано взаимодействие нескольких видов дефектов на формирование предельной структуры с точки зрения внутренней энергии. Найдены условия формирования двух предельных структур, что отвечает режиму, при котором существует смесь зерен различного размера. В рамках адиабатического приближения, при котором изменение плотности дислокаций следует за эволюцией плотности границ зерен, исследована кинетика установления стационарных значений плотности дефектов. Проведен анализ внешнего периодического воздействия, в результате которого показано, что его частота и амплитуда изменяют характер поведения системы.

Ключевые слова: Граница зерна, Дислокация, Предельная структура, Фазовый переход, Фазовая диаграмма, Внутренняя энергия, Фрагментация.

PACS numbers: 05.70. – a, 61.72.Mm,
61.72.Lk, 62.20.F – , 64.10. + h,
64.60.Mu, 68.35.Md, 83.10. – y

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для достижения высоких механических свойств металлов (высокая прочность и пластичность) их подвергают различного рода обработкам. Наиболее существенно эта цель достигается при измельчении зернистой структуры металлов в результате их обработки методами интенсивной (мега) пластической деформации (ИПД) [1-4]. В результате такой обработки формируется микродисперсная структура зерен с линейным размером порядка 100 нм. Поскольку процесс такой обработки является достаточно сложным и проведение реальных экспериментов вещь довольно дорогостоящая, то развитие теоретических методов для их описания приобретает все более важное значение.

На сегодняшний день известны несколько способов описания процесса ИПД. Теория фрагментации дислокационных структур Г.А. Малыгина, которая, фактически, описывает формирование высокоугловых границ зерен при больших пластических деформациях, базируется на механизме деформирования, в основу которого положены представления о самоорганизации дислокаций [5, 6]. Изгибные, крутящие деформации и напряжения, возникающие в процессе равноканального углового прессования, приводят к генерации большого количества геометрически необходимых дислокаций, однако их поведение, после того как они возникли, ничем не отличается от поведения хаотически возникших дислокаций. Автор, фактически, распространил идеи, которые он развил ранее для описания формирования ячеистой структуры [7], на описание формирования более крупного дефекта, каковым является граница зерна. Однако это несколько нарушает иерархиче-

скую последовательность событий, поскольку было бы более логично представить формирование границ зерен в результате самоорганизации ячеистых структур, а не элементарных дислокаций. На 4-й и 5-й стадии упрочнения материала [5] вновь формируемая структура должна пересекать несколько элементарных дислокационных ячеек, сохранив при этом некоторую целостность. Можно положить, что дислокациям более выгодно покинуть объем дислокационной ячейки или зерна и «осесть» на их границах, повысив тем самым уровень их избыточной энергии (неравновесности) и только потом формировать новую границу, как процесс релаксации избыточной энергии границ.

Теория диспергирования материалов в процессе ИПД В.И. Копылова и В.Н. Чувильдеева [8, 9] базируется на конкретном механизме деформирования, в основе которого находится представление о межграничном проскальзывании и аномально высокой диффузии по границам зерен. Кроме того, в теории используется понятие свободного объема, заимствованное из теории аморфных материалов. В тоже время, экспериментальными работами В.А. Хоника [10] поставлен под серьезное сомнение тот факт, что свободный объем можно использовать как определяющий термодинамический параметр для описания аморфных сплавов, по крайней мере, в той классической интерпретации, которая принята в подавляющем большинстве работ. Действительно, избыточный объем есть мера увеличения среднего расстояния между атомами, что приводит к росту средней потенциальной энергии тех атомов, которые разошлись на расстояние больше чем равновесное. Однако в твердом теле увеличение расстояния между атомами в силу замкнутости силовых линий

* o.khomenko@mss.sumdu.edu.ua

неизбежно влечет за собой уменьшение расстояний между другими атомами (локальное сжатие). Причем, поскольку потенциальная энергия отталкивания атомов меняется значительно более резко, чем потенциальная энергия слабого Ван-дер-ваальсовского притяжения, то при меньшем изменении объема за счет сжатия, потенциальная энергия, накопленная в этой области, может существенно превосходить потенциальную энергию, накопленную в области избыточного свободного объема. Поэтому очень важно учитывать в теории не только избыточный свободный, но и недостающий «спрессованный» объем, чего до настоящего времени никто не делал. Кроме того, в докладе А.М. Глезера [11] представлен тот факт, что свободный объем имеет, по крайней мере, двухмодовую структуру по размерам – аморфные материалы с более мелкоструктурированным свободным объемом являются более пластическими, а с более крупноструктурированным свободным объемом, более хрупкими. Очевидно, что соотношение между свободным и спрессованным объемом для них будет различным.

К тому же, роль собственно диффузионного массопереноса выглядит преувеличенной. На самом деле, с нашей точки зрения, под действием избыточной энергии неравновесной границы и, связанных с нею внутренних напряжений, идет перестройка структуры материала, и границы зерен в этом активно участвуют. Граница существенно облегчает такую перестройку, обеспечивая дополнительные степени свободы. При этом попутно осуществляется и массоперенос, но он не связан напрямую с избыточной концентрацией атомов.

Более того, в настоящее время известна инженерная теория [12], которая следует из простых механических представлений о процессе деформирования. Система кинетических уравнений конструируется на основе обобщения экспериментальных результатов и закономерностей. В рамках этой теории не удается объяснить многие важные особенности процесса ИПД, и, в частности, она не может описать формирование «предельной» структуры металлов – минимального среднего размера зерна. Чтобы как-то описать фрагментацию зерен в теорию «руками» вводится некоторый притягивающий аттрактор, заставляющий систему стремиться к состоянию с нужным (заданным) размером зерна. Кроме того, не установлена связь между производством нескольких видов дефектов, таких как граница зерна и дислокация, взаимодействие которых описывает возникновение и формирование стационарных областей фазовой диаграммы.

В то же время, логично предположить, что достижение предельного размера зерна в результате диспергирования в процессе ИПД является общим свойством достижения материалом стационарного состояния и может быть исследовано в самом общем виде независимо от конкретного механизма деформирования. В работах [13-15] была предложена общая теория процесса ИПД, в основу которой положена мезоскопическая неравновесная термодинамика. Формирование предельной структуры в рамках этой теории связывается с минимумом или максимумом термодинамического потенциала, и строится

по аналогии с теорией фазовых переходов на основе общего кинетического уравнения типа Ландау - Халатникова [13-15]. Особенностью данного подхода является то, что, в то время как, обычная термодинамика является бесструктурной теорией, здесь по аналогии с мезоскопической термодинамикой [16, 17] дефектная структура учитывается, путем явного введения соответствующих слагаемых в базовые термодинамические соотношения. Мезоскопичность модели представляется тем, что структурными элементами среды в таком рассмотрении могут быть достаточно крупные образования типа зерен, границ зерен, скоплений дислокаций и т.д. В настоящее время для описания разрушения квазихрупких материалов [13-15, 18], измельчения зерен в процессе обработки металлов методами ИПД [19-21], поведения тонкого слоя смазки [22-25] разрабатываются методы близкие концепции фазовых переходов Ландау [26].

Основная цель работы состоит в том, чтобы описать фазовые переходы от состояния с большим размером зерна к состоянию с мелким зерном с точки зрения внутренней энергии. Исследовать влияние взаимодействия нескольких типов дефектов на формирование граничной структуры. Также изучить кинетику установления стационарных значений плотности дефектов, и провести анализ внешнего периодического воздействия на рассматриваемую модель.

Статья состоит из трех разделов и выводов.

Во втором разделе представлены основные соотношения для описания эволюции дефектной структуры твердых тел. Записано базовое выражение для плотности внутренней энергии, которое объединяет первый закон термодинамики и закон преобразования энергии на внутренних степенях свободы. За основу выбрана двухуровневая двухмодовая модель неравновесной эволюционной термодинамики в разложении внутренней энергии. В качестве основных структурных дефектов выбраны границы зерен и дислокации.

В третьем разделе изучена фазовая диаграмма режимов фрагментации при ИПД. В ходе исследования получены эволюционные уравнения, основанные на разложении внутренней энергии, и в рамках адиабатического приближения – уравнение Ландау - Халатникова. Также, основываясь на необходимом условии существования экстремума, выведено уравнение, описывающее стационарные состояния.

В четвертом разделе рассматривается кинетика установления стационарных значений плотности границ зерен. Здесь для анализа уравнения Ландау - Халатникова получены релаксационные временные зависимости.

Случай внешнего периодического воздействия представлен в пятом разделе. Установлено, что в зависимости от его частоты и амплитуды возможно установление различных режимов фрагментации.

2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И СООТНОШЕНИЯ В ТЕРМИНАХ ВНУТРЕННЕЙ ЭНЕРГИИ

В работах [27, 28] показано, что полное преобразование Лежандра по обоим видам связанной энергии позволяет перейти от свободной энергии к внут-

ренней. Отметим, что распределения равновесных значений свободной и внутренней энергий отличаются [29, 30]. В состоянии равновесия внутренняя энергия имеет максимум, а свободная энергия – минимум.

Рассмотрим фрагментацию твердых тел в процессе ИПД в терминах внутренней энергии.

Закон сохранения энергии должен выполняться как при внешних взаимодействиях выделенного объема, так и при внутренних преобразованиях различных видов энергии в результате протекания необратимых внутренних процессов. Объединение первого закона термодинамики и закона преобразования энергии на внутренних степенях свободы позволяет получить термодинамическое «тождество» для плотности внутренней энергии u в виде [26]:

$$du = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^e + T ds + \sum_{l=1}^N T_l \delta s_l + \sum_{l=1}^N \varphi_l \delta h_l, \quad (1)$$

где u – плотность внутренней энергии; σ_{ij} , ε_{ij}^e – тензор напряжений и упругая часть тензора деформаций; T , s – температура и энтропия (равновесная); T_l , s_l – температура и энтропия l -й неравновесной подсистемы; φ_l и h_l – сопряженная пара термодинамических переменных, которая характеризует дефектность материала (энергия и плотность дефектов l -го типа). Здесь первые два слагаемых описывают процессы равновесной термодинамики, а последние два – относятся к неравновесной термодинамике, они описывают диссипативные процессы, связанные, в частности, с образованием дефектов N -типов.

Явная зависимость неравновесных переменных от времени задается системой эволюционных уравнений Ландау - Халатникова:

$$\tau_{s_l} \frac{\partial s_l}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial s_l} - T_{ls}, \quad (2)$$

$$\tau_{h_l} \frac{\partial h_l}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial h_l} - \varphi_{ls}, \quad (3)$$

где τ_{s_l} и τ_{h_l} – времена релаксации соответствующих величин; h_l – плотность дефектов l -го типа; T_{ls} и φ_{ls} – температура и энергия дефекта соответствующего типа в стационарном состоянии.

Базовое соотношение (1) записано в общем виде, а также является эквивалентом комбинированного первого и второго закона термодинамики с учетом преобразования части энергии, поступившей в систему за счет работы внешних сил, в другие виды энергии. В стационарном состоянии правые части (2) и (3) обращаются в ноль. Данное стационарное состояние не является строго равновесным, так как сопровождается диссипативными процессами. Отметим, что его можно рассматривать как один из видов равновесия в системе, когда процессы, идущие во взаимно обратных направлениях, сбалансированы и «не изменяются» во времени. При этом в системе может сформироваться специфическое распределение, типичное для данного состояния.

Неравновесное состояние задается набором параметров, два из которых ε_{ij}^e и s описывают часть системы, которая уже пришла к равновесному распределению, а два других s_l , h_l – неравновесную часть системы (T_l – неравновесная температура l -й подсистемы). Полагается, что изменение внутренней энергии является полным дифференциалом от всех четырех переменных. Производные от нее по равновесным переменным дают термодинамические силы σ_{ij} и T , а по неравновесным переменным – обобщенные термодинамические силы T_l и φ_l , стремящиеся привести систему к стационарному состоянию.

Задавая зависимость внутренней энергии или эффективной внутренней энергии [4, 7, 30] от всех независимых переменных задачи, можно определить конкретную модель кинетики структурных дефектов. Поскольку точное аналитическое выражение не известно, часто рассматривают упрощенную модель, разложив эффективную внутреннюю энергию в ряд по ее аргументам. Так как в общем виде эта система является достаточно сложной для анализа, ограничимся в данном исследовании рассмотрением упрощенной модели, а именно двухуровневой двухмодовой моделью с учетом вкладов по границам зерен до четвертой степени относительно их плотности [26].

Количество мод определяется количеством устойчивых стационарных решений или максимумов внутренней энергии – одна в приближении квадратичного полинома, и две в приближении полинома четвертой степени. Количество уровней задается количеством типов учтенных дефектов. Основным структурным дефектом в ИПД являются границы зерен. В то же время, дислокации также играют важную роль в создании силовых условий для формирования границ зерен. В рамках данной модели ИПД стоит цель описать, структурно-фазовый переход между двумя устойчивыми состояниями – из состояния с крупным зерном в состояние с мелким зерном (100 нм) [29].

Внутренняя энергия представляется соотношением [26]:

$$u(h_g, h_D) = u_0 + \sum_{m=g,D} \left(\varphi_{0m} h_m - \frac{1}{2} \varphi_{1m} h_m^2 + \frac{1}{3} \varphi_{2m} h_m^3 - \frac{1}{4} \varphi_{3m} h_m^4 \right) + \varphi_{gD} h_g h_D, \quad (4)$$

где u_0 , φ_{km} , φ_{gD} – коэффициенты, которые зависят от равновесных переменных s и ε_{ij}^e как от управляющих параметров:

$$u_0 = \frac{1}{2} \lambda (\varepsilon_{ii}^e)^2 + \mu (\varepsilon_{ij}^e)^2, \quad (5)$$

$$\varphi_{0m} = \varphi_{0m}^* + g_m \varepsilon_{ii}^e + \left(\frac{1}{2} \bar{\lambda}_m (\varepsilon_{ii}^e)^2 + \bar{\mu}_m (\varepsilon_{ij}^e)^2 \right), \quad (6)$$

$$\varphi_{1m} = \varphi_{1m}^* - 2e_m \varepsilon_{ii}^e, \quad (7)$$

где λ , μ – упругие постоянные бездефектного материала; g_m – характеризует активацию образования соответствующего дефекта; $\bar{\lambda}_m$, $\bar{\mu}_m$ – упругие посто-

янные, обусловленные существованием дефектов; ϵ_m – характеризует аннигиляцию дефектов, которые активизируются действующими напряжениями; ϵ_{ii}^e , $(\epsilon_{ij}^e)^2 \equiv \epsilon_{ij}^e \cdot \epsilon_{ji}^e$ – первые два инварианта тензора деформаций. По повторяющимся индексам подразумевается суммирование. В представленных расчетах также берутся отрицательные значения первого инварианта ϵ_{ii}^e , так как при ИПД реализуется процесс сжатия деформируемого материала.

Значения второго инварианта ϵ_{ij}^e являются управляющими параметрами, которые представляют внешнее воздействие, и полагаются константами. Индекс D относится к дислокациям, а индекс g – к границам зерен.

Полином четвертой степени в (4) при положительных значениях коэффициентов φ_{km} может иметь два максимума (две моды). К тому же, мода, которая отвечает меньшему значению дефектности, в случае дислокаций, может описывать случайное (однородное) распределение представленного дефекта, а мода, которая соответствует большему значению дефектности в этом случае будет описывать дислокации, которые принадлежат ячеистой структуре. Будем рассматривать лишь упрощенный случай однородного распределения дислокаций, потому пренебрегаем старшими степенями при описании эволюции дислокаций ($\varphi_{2D} = 0$, $\varphi_{3D} = 0$) [26].

Для расчетов принят такой набор параметров и коэффициентов:

$$\begin{aligned} \varphi_{0D}^* &= 5 \cdot 10^{-4} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1}, \varphi_{1D}^* = 0.6 \text{ Дж} \cdot \text{м}, \varphi_{1g}^* = 3.3 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1}, \\ g_D &= 3.31 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1}, \bar{\mu}_D = 1.05 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1}, \bar{\lambda}_D = 0.96 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1}, \\ \bar{\mu}_g &= 10.5 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}, \bar{\lambda}_g = 9.6 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}, e_g = 1.55 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-1}, \\ e_D &= 0.155 \text{ Дж} \cdot \text{м}, \varphi_{gD} = 0.03 \text{ Дж}, \varphi_{0g}^* = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}, \\ \varphi_{2g} &= 6.5 \text{ Дж}, \varphi_{3g} = 2.88 \text{ Дж} \cdot \text{м}, g_g = 9.1 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}. \end{aligned}$$

3. ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА

Запишем уравнения движения. Поскольку стационарные значения φ_{gs} , φ_{Ds} для основных плотностей дефектов h_g , h_D , которые участвуют в ИПД, являются неизвестными (см. (3)), воспользуемся методом эффективного потенциала в терминах внутренней энергии [26].

Эволюционное уравнение задается следующим соотношением:

$$\tau_{h_l} \frac{\partial h_l}{\partial t} = + \frac{\partial \bar{u}}{\partial h_l}, \quad (8)$$

где τ_{h_l} – времена релаксации соответствующих величин; h_l – плотность дефектов l -го типа; h_l – эффективная внутренняя энергия.

В соотношении (8) знак плюс выбирается в случае, если равновесные значения находятся в области выпуклости внутренней энергии u . Стационарному решению соответствует максимум эффективной энергии

[26].

Система эволюционных уравнений имеет явный вид

$$\tau_{h_D} \frac{\partial h_D}{\partial t} = \varphi_{0D} - \varphi_{1D} h_D + \varphi_{gD} h_g, \quad (9)$$

$$\tau_{h_g} \frac{\partial h_g}{\partial t} = \varphi_{0g} - \varphi_{1g} h_g + \varphi_{2g} h_g^2 - \varphi_{3g} h_g^3 + \varphi_{gD} h_D, \quad (10)$$

где введены времена релаксации τ_{s_i} , τ_{h_i} соответствующих величин, характеризующие инерционные свойства системы. Отметим, что взятые за основу формулы (1) - (10), были получены в работах Л.С. Метлова [26, 29, 30].

Используем адиабатическое приближение $\tau_{h_g} \gg \tau_{h_D}$, при котором эволюция плотностей дислокаций следует за изменениями плотностей границ зерен. При этом в уравнении (9) можно положить $\tau_{h_D} (\partial h_D / \partial t) \approx 0$ и получить зависимость для плотности дислокаций h_D :

$$h_D = \frac{\varphi_{gD}}{\varphi_{1D}} h_g + \frac{\varphi_{0D}}{\varphi_{1D}}. \quad (11)$$

Подставляя найденное выражение (11) в эволюционное уравнение (10), получаем уравнение Ландау - Халатникова:

$$\tau_{h_g} \frac{\partial h_g}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial h_g}, \quad (12)$$

где производная $\partial V / \partial h_g \equiv F(h_g)$ задает термодинамическую силу F :

$$\begin{aligned} F(h_g) &= \varphi_{0g} + \varphi_{gD} \frac{\varphi_{0D}}{\varphi_{1D}} - \left(\varphi_{1g} - \frac{\varphi_{gD}^2}{\varphi_{1D}} \right) h_g + \\ &+ \varphi_{2g} h_g^2 - \varphi_{3g} h_g^3, \end{aligned} \quad (13)$$

которая стремится привести параметр h_g в притягивающий аттрактор, соответствующий стационарному значению. Система при этом описывается термодинамическим потенциалом

$$V(h_g) = \int_0^{h_g} F(h'_g) dh'_g, \quad (14)$$

совпадающим с (4) для данного типа дефекта при использовании подстановки (11).

Стационарные состояния плотности границ зерен h_g задаются условием экстремума потенциала (14), так как при $\partial V / \partial h_g = 0$, то согласно (12), $\partial h_g / \partial t = 0$.

При этом минимумы потенциала соответствуют неустойчивым состояниям, а его максимумы – устойчивым.

Условие стационарности $\partial V / \partial h_g = 0$ приводит к выражению

$$\varphi_{3g} h_g^3 - \varphi_{2g} h_g^2 + \left(\varphi_{1g} - \frac{\varphi_{gD}^2}{\varphi_{1D}} \right) h_g - \varphi_{0g} - \varphi_{gD} \frac{\varphi_{0D}}{\varphi_{1D}} = 0. \quad (15)$$

Таким образом, положения экстремумов потенциала зависят от параметров задачи $\varphi_{0g}, \varphi_{1g}, \varphi_{2g}, \varphi_{3g}, \varphi_{gD}, \varphi_{0D}, \varphi_{1D}$ и не зависят от уровня отсчета энергии u_0 . Данные экстремумы определяют режимы фрагментации при ИПД. Отметим, что уравнение (15) не зависит от адиабатического приближения, а является точным. Это связано с тем, что решение берется в длительной асимптотике, когда выполняются оба стационарных условия и по дислокациям (11) и по границам зерен.

Формальный анализ решения уравнения (15), при различных значениях управляющего параметра ε_{ii}^e , показан на рис. 1. Отметим, что вопрос о том, как добиться того или иного значения управляющего параметра здесь не рассматриваются (см. [26, 29, 32-34]).

Как видно из рисунка 1, при малых по абсолютной величине значениях первого инварианта ε_{ii}^e существуют три стационарных состояния, два из которых соответствуют максимуму потенциала $V(h_g)$ (сплошная и штриховая кривая), а один – его минимуму (пунктирная кривая). Первый максимум может достигаться при нулевом и ненулевом значениях плотности границ зерен h_{g0} в зависимости от величины $(\varepsilon_{ij}^e)^2$. Ненулевые значения он принимает только в том случае, когда $(\varepsilon_{ij}^e)^2$ больше некоторой критической величины, соответствующей пределу текучести. Природа этого явления, как уже говорилось ранее, выходит из необходимого условия для процесса фрагментации материала при ИПД. Стационарные состояния в процессе ИПД могут быть достигнуты только при выполнении этого условия. В случае его невыполнения, система также может стремиться к стационарным состояниям, но с другой, существенно более низкой, скоростью. Согласно кривым 1 - 3 на рис. 1, меньшее из устойчивых стационарных значений h_{g0} отвечает большему размеру зерна (штриховые части кривых), большее (сплошная) – меньшему его размеру. Их разделяет неустойчивое состояние (пунктирная кривая) при значениях плотности границ зерен h_g^m , которое соответствует минимуму потенциала. Следует отметить, что процесс фрагментации начнет протекать в случае, когда реализуется ненулевой максимум потенциала.

Возможен случай, когда образец до процесса ИПД уже имеет мелкозернистую структуру, при этом эволюция структуры материала к равновесному состоянию возможна при малых значениях $(\varepsilon_{ij}^e)^2$, что отвечает кривой 1 на рис. 1.

Для всех приведенных на рисунке 1 кривых при $(\varepsilon_{ij}^e)^2 = 0$ образец представляет собой монокристалл (или крупнозернистый поликристалл). Если увеличивать деформацию $(\varepsilon_{ij}^e)^2$, то некоторое время реализуется монокристалл ($h_{g0} \equiv 0$). Согласно кривой 1,

при увеличении $(\varepsilon_{ij}^e)^2$ до значения, когда сосуществуют нулевой и ненулевой максимумы потенциала, процесс фрагментации не может произойти, так как эти максимумы разделены потенциальным барьером (пунктирная линия). Затем нулевой максимум становится ненулевым (штриховая линия), и происходит непрерывный процесс фрагментации. При дальнейшем увеличении деформации первый максимум исчезает вместе с потенциальным барьером и система по механизму фазового перехода первого рода резко переходит в состояние, описываемое вторым максимумом потенциала (сплошная линия). При этом происходит резкое уменьшение размеров зерен. Как уже было сказано в предыдущих разделах, при наличии одновременно двух максимумов термодинамического потенциала система может находиться в двух метастабильных фазах [6, 31, 35]. В данном случае, это означает сосуществование двух предельных структур с различными размерами зерен.

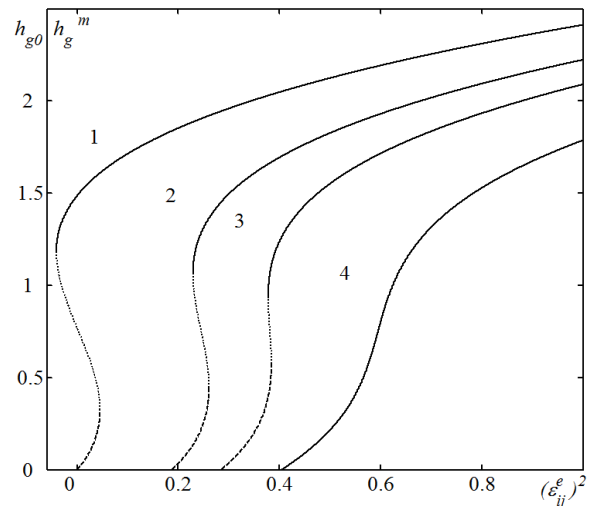


Рис. 1 – Зависимость стационарных значений плотности границ зерен h_{g0}, h_g^m от инварианта $(\varepsilon_{ij}^e)^2$. Кривым 1 - 4 соответствуют значения $\varepsilon_{ii}^e = -0.01, -0.25, -0.42, -0.85$

В случае, описываемом кривыми 2 и 3, в отличие от кривой 1, реализация потенциала одновременно с нулевым и ненулевым максимумами невозможна. В остальном кривые 1-3 эквивалентны.

С последующим увеличением ε_{ii}^e по абсолютному значению (кривая 4) будет реализоваться непрерывный переход второго рода между монокристаллом и фрагментированным образцом при отсутствии потенциального барьера. При этом возможно формирование только одной предельной структуры. В целом, сопоставляя кривые 1-4 отметим важный факт, что приложение гидростатического давления ε_{ii}^e сдерживает генерацию дефектов, поскольку для их генерации необходимо приложить большие сдвиговые напряжения ε_{ij}^e .

Критическое значение, для второго инварианта тензора деформаций принимает вид:

$$\left(\varepsilon_{ij}^e\right)_c^2 = -\frac{1}{\left(\varphi_{1D}\bar{\mu}_g + \varphi_{gD}\bar{\mu}_D\right)} \left(\left(\frac{1}{2}\bar{\lambda}_g\varphi_{1D} + \frac{1}{2}\bar{\lambda}_D\varphi_{gD} \right) \times \left(\varepsilon_{ii}^e \right)^2 + \left(g_g\varphi_{1D} + g_D\varphi_{gD} \right) \varepsilon_{ii}^e \mp \left(\varphi_{0g}\varphi_{1D} + \varphi_{0D}\varphi_{gD} \right) \right). \quad (16)$$

В координатах $(\varepsilon_{ij}^e)^2 - \varepsilon_{ii}^e$ (16) представляет кривую второго порядка, ниже которой существует стационарное решение (15), отвечающее максимуму $V(h_g)$ в точке $h_{g0} \equiv 0$. На рисунке 1 кривые выходят из точки (16) на оси абсцисс. Поэтому выражение (16) представляет значение второго инварианта, при котором начинает протекать процесс фрагментации. Поскольку (16) содержит величину ε_{ii}^e , все кривые выходят из разных точек.

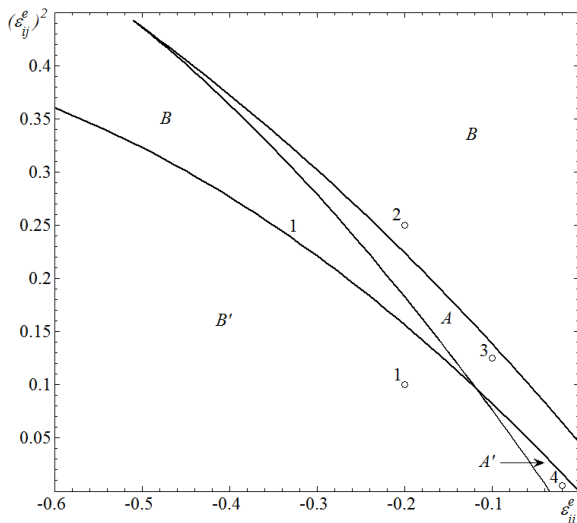


Рис. 2 – Фазовая диаграмма системы с областями формирования двух (A, A') и одной (B, B') предельных структур

На рисунке 2 приведена фазовая диаграмма, где линии отвечают пределам потери устойчивости системы. Кривая 1, ниже которой возможно нулевое стационарное решение, определяется выражением (16). При $h_{g0} \equiv 0$ отсутствует канал диссипации энергии, связанный с образованием дефектных структур, и система представляет собой монокристалл либо структуру, близкую к нему. Точки 1 - 4 на фазовой диаграмме соответствуют кривым потенциала на рис. 3, который обладает максимумами. Их положения определяются параметрами задачи.

Область A отвечает реализации двух ненулевых максимумов потенциала $V(h_g)$ (кривая 3 на рис. 3). Здесь наблюдаются две предельные структуры с большими (первый максимум потенциала) и малыми (второй максимум) размерами зерен.

Область диаграммы A' подобна области A, но с тем отличием, что первый максимум потенциала здесь нулевой (кривая 4 на рис. 3). Поскольку первая предельная структура формируется при $h_{g0} \equiv 0$, она представляет собой монокристалл. В этой области в процессе ИПД фрагментация материала может не

реализоваться. Следует отметить, что переходы между максимумами потенциала возможны непосредственно во время ИПД. Благодаря им в областях A, A' формируются две предельные структуры, что отвечает режиму, при котором имеет место смесь зерен различного размера. Когда процесс ИПД закончен, следует полагать, что образец сформирован, и дальнейшие переходы не осуществляются.

В области больших деформаций B, согласно кривой 2 на рис. 3, формируется одна предельная структура. При увеличении $(\varepsilon_{ij}^e)^2$ размер зерна будет уменьшаться, и в пределе $(\varepsilon_{ij}^e)^2 \rightarrow \infty$ обработанный образец представляет аморфную структуру.

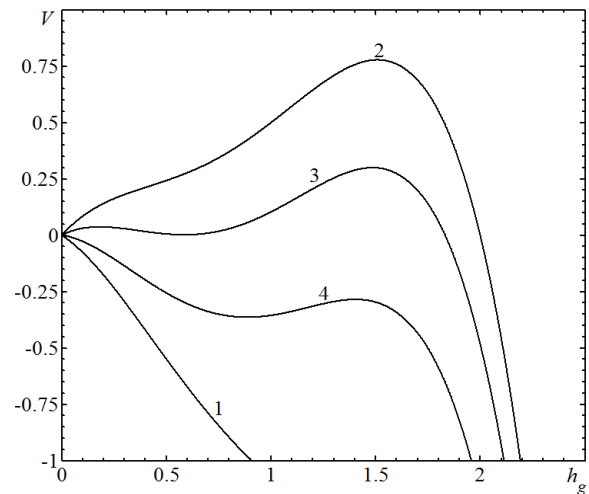


Рис. 3 – Зависимость термодинамического потенциала $V(h_g)$ (14) от плотности границ зерен h_g . Кривые 1-4 отвечают значениям второго инварианта $(\varepsilon_{ij}^e)^2 = 0.1, 0.25, 0.125, 0.005$ и соответственно первого инварианта тензора деформаций $\varepsilon_{ii}^e = -0.2, -0.2, -0.1, -0.02$ (точки 1-4 на рис. 2)

Единственный нулевой максимум $V(h_g)$ (кривая 1 на рис. 3) реализуется в области малых деформаций B'. Здесь система представляет собой монокристалл.

В дальнейшем планируется ввести аддитивные шумы основных параметров в эволюционные уравнения (9)-(10), и исследовать их влияние на фазовую диаграмму режимов фрагментации в процессе ИПД.

4. КИНЕТИКА УСТАНОВЛЕНИЯ РАВНОВЕСНОГО ЗНАЧЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ГРАНИЦ ЗЕРЕН

Рассмотрим упрощенный случай эволюции системы в рамках адиабатического приближения $\tau_{h_g} \gg \bar{\tau}_{h_D}$ [22, 27, 36]. При этом исследование сводится к анализу кинетического уравнения Ландау - Халатникова (12), которое в явном виде представляется как

$$\dot{h}_g = \varphi_{0g} + \varphi_{gD} \frac{\varphi_{0D}}{\varphi_{1D}} - \left(\varphi_{1g} - \frac{\varphi_{gD}^2}{\varphi_{1D}} \right) h_g + \varphi_{2g} h_g^2 - \varphi_{3g} h_g^3. \quad (17)$$

Релаксационные временные зависимости $h_g(t)$, полученные при численном решении дифференциального уравнения (17) представлены на рис. 4. Рисунки а-г построены для различных областей фазовой диаграммы, в качестве основных параметров выбраны соответствующие точки 1 - 4 фазовой диаграммы (рис. 2). Следует отметить, что полученные временные зависимости для уравнения (17) в адиабатическом приближении $\tau_{h_g} \gg \bar{\tau}_{h_D}$, полностью совпали с решениями системы уравнений (9) и (10), что говорит об устойчивости обеих решений и о правомерности использования уравнения (17) в соответствующем условии.

На рис. 4а показаны зависимости, описывающие фрагментацию материала в области A' фазовой диаграммы (точка 4) при различных начальных условиях $h_g(t=0)$. Соответствующий потенциал показан кривой 4 на рис. 3. Первое устанавливающееся стационарное значение (при малых начальных h_g) находится в отрицательной области h_g . Это связано с тем, что на самом деле первый максимум потенциала реализуется при $h_g < 0$. Однако по-

скольку отрицательные значения h_g не имеют физического смысла, следует считать, что при достижении нулевого значения плотность границ зерен перестает убывать, и система переходит в режим $h_g = 0$. Согласно рисунку, в зависимости от начальных условий может реализоваться как монокристалл (когда система выходит на стационарное значение, описываемое прямой 1), так и мелкозернистая предельная структура (прямая 2).

Временные зависимости, соответствующие области A фазовой диаграммы (точка 3 рис. 2), показаны на рис. 4б. Его отличие от предыдущего заключается в том, что здесь первая стационарная точка реализуется в положительной области плотностей границ зерен h_g . Иными словами, реализуются два ненулевых максимума потенциала $V(h_g)$ (14) (кривая 3 на рис. 3). Соответственно формируются две предельные структуры с крупным (прямая 1) и более мелким (прямая 2) зерном.

Область больших деформаций B диаграммы представлена на рис. 4в. Здесь существует одно стационарное состояние (прямая 1), отвечающее единственному максимуму потенциала $V(h_g)$ (кривая 2 на рис. 3). При любых начальных условиях система релаксирует к этому значению, и образуется предельная структура с соответствующим размером зерна.

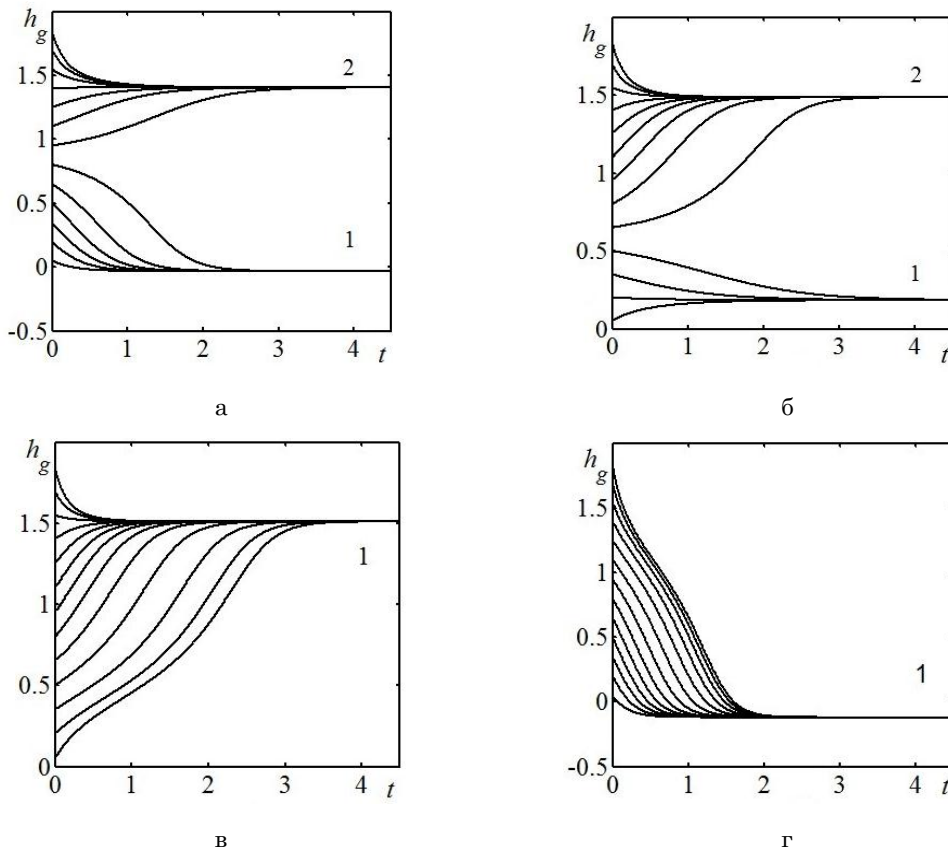


Рис. 4 – Релаксационные зависимости $h_g(t)$ [1/м], полученные при решении уравнения (17). Рисунки а-г соответствуют точкам 1-4 на рис. 2. Время t [с] измерено в единицах τ_{h_g} [Дж·м⁻¹·с]

Области малых деформаций B' (точка 1 на рис. 2) соответствует рис. 4г. Поскольку максимум потенциала $V(h_g)$ наблюдается при $h_g < 0$, стационарное значение формируется в отрицательном диапазоне h_g . Как и для рис. 4а, h_{g0} следует считать нулевым. При этом в результате быстрой релаксации системы к стационарной точке формируются крупные монокристаллические зерна. Соответствующий потенциал показан кривой 1 на рис. 3.

Следует отметить, что первые два слагаемые в (17) описывают некоторый постоянный источник дефектов, который приводит к росту плотности границ зерен h_g . Большие значения первых двух слагаемых смещают стационарные точки задачи в область более высоких значений дефектности и способствуют формированию более мелких зерен. В частности, существование данного источника связано с дефектностью материала, а именно наличием границ зерен и дислокаций, которые в процессе деформации взаимодействуют друг с другом. Не исключено также присутствие дефектов более глубоких структурных уровней, таких как примеси, включения другой фазы, дислокационная подструктура и т.д. [27, 37].

5. ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО ПЕРИОДИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Как было сказано выше, существующие методы ИПД имеют различную геометрию эксперимента и предполагают реализацию релаксационных временных зависимостей деформации. В рамках данной работы времена релаксации деформации полагались достаточно малыми, что позволило не учитывать указанные зависимости.

Возможен случай, при котором деформация, обеспечиваемая внешними силами, имеет периодический характер. Рассмотрим ситуацию, когда периодической функцией времени является инвариант ε_{ii}^e . Такой случай может возникнуть, например, при воздействии ультразвука. При этом реализуются регулярные изменения объема обрабатываемого образца (сжатие, восстановление формы, растяжение и т.д.). Для исследования поведения системы примем

$$\varepsilon_{ii}^e = \varepsilon_{gidro} + \varepsilon_c \cos(\omega t + \phi_0), \quad (18)$$

где ε_c – амплитуда, ω – круговая частота, ϕ_0 – начальная фаза. Константа ε_{gidro} введена с целью учета постоянного воздействия гидростатического сжатия (противодавления), без которого методы ИПД не применяются (это связано с необходимостью подавления образования микротрещин). Решения детерминистического кинетического уравнения (17) для разных значений частоты приведены на рис. 5а. Кривая 1 соответствует малому значению частоты, и здесь параметр h_g следует за периодическими изменениями ε_{ii}^e . При этом размер зерен периодически изменяется. Если увеличить частоту внешнего воздействия (кривая 2), то изменения плотности границ

зерен не успевают за периодической функцией (18), и размер зерна выходит на определенное среднее значение, возле которого существуют только небольшие по амплитуде колебания. В этом случае фрагментация происходит поэтапно – на зависимости в начале видны «ступеньки», на которых система находится некоторое время. Это, по-видимому, связано с тем, что в случае зависимости $\varepsilon_{ii}^e(t)$ потенциал $V(h_g, t)$ (14) системы становится зависимым от времени, и его максимум может смещаться.

При большом значении частоты внешнего воздействия (кривая 3) система не успевает следовать за изменениями $\varepsilon_{ii}^e(t)$, и зависимость $h_g(t)$ представляет собой обычную релаксационную кривую с реализацией незначительных по амплитуде колебаний. Если моделировать внешнее воздействие одного знака $\varepsilon_{ii}^e = \varepsilon_{gidro} + \varepsilon_c |\cos(\omega t + \phi_0)|$ (кривая 4), то в установившемся сигнале реализуется среднее значение $h_g(t)$, отличающееся от аналогичного значения при той же частоте в случае знакопеременного воздействия (ср. с кривой 2). Амплитуда колебаний при этом значительно уменьшается, что говорит об уменьшении разброса размеров зерен в сформированной структуре. Кроме того, выявлено, что с увеличением круговой частоты стационарное среднее значение плотности границ зерен незначительно возрастает.

Рассмотрим случай, при котором периодически изменяется второй инвариант упругой части тензора деформации. Он реализуется, например, в методе многоугольной равноканальной гидроэкструзии, когда за один проход периодически изменяется направление деформирования [38]. Необходимость разработки такого метода связана с тем, что при обычных методах ИПД, как правило, за один проход максимум термодинамического потенциала не достигается. Итак,

$$(\varepsilon_{ij}^e)^2 = \varepsilon_c^2 \cos^2(\omega t + \phi_0). \quad (19)$$

Поскольку второй инвариант $(\varepsilon_{ij}^e)^2$ представляет сумму квадратов всех компонент тензора деформации (всего 9), то в зависимости от геометрии эксперимента следует оперировать каждой компонентой в отдельности. Однако для качественного анализа можно принять весь инвариант как заданную величину (ε_c^2), и уже на него накладывать периодичность. При этом предполагается, что все 9 компонент упругой части тензора деформации изменяются периодически по одному и тому же закону (19).

Решения уравнения (17) при учете (19) приведены на рис. 5б и качественно повторяют случай (18). Кривая 4 на рисунке отсутствует, так как она совпадает с кривой 2, поскольку условие положительности в (19) удовлетворяется автоматически. При одновременном учете (18) и (19) решения кинетического уравнения имеют более сложный вид, в частности в устанавливаемом режиме присутствует несколько гармоник.

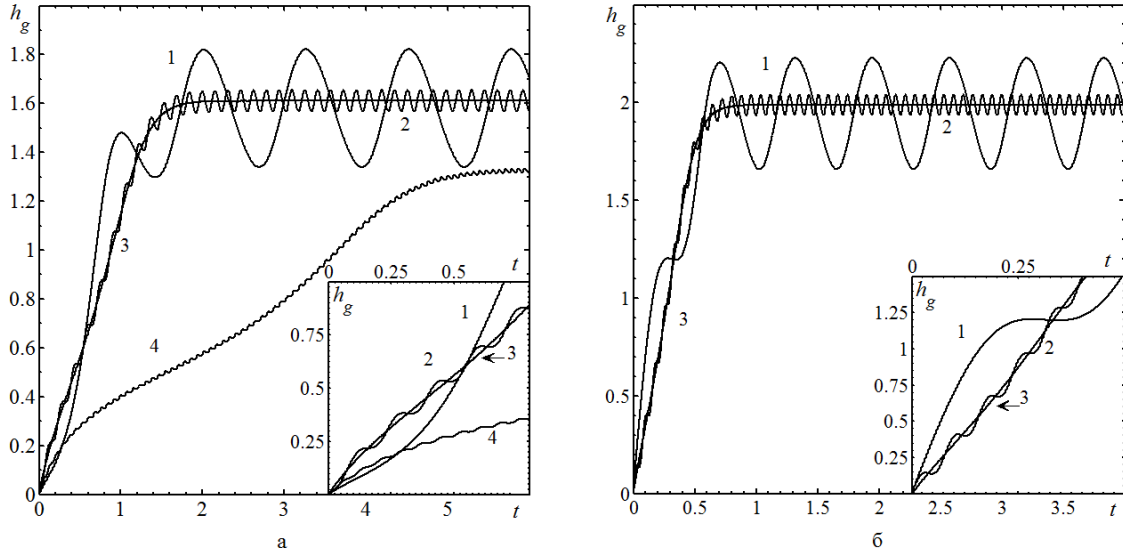


Рис. 5 – Решение кинетического уравнения (17) в случае периодического воздействия. (а) – при учете (18) и $\varepsilon_{gidro} = -0.25$, $\varepsilon_c = -0.15$, $\phi_0 = 0$, $(\varepsilon_{ij}^e)^2 = 0.35$. Кривые 1-4 соответствуют частотам $\omega = 5, 40, 1000, 40$. Кривая 4 построена для случая, когда (18) берется по абсолютному значению. (б) – при учете (19) и $\varepsilon_c^2 = 0.81$, $\phi_0 = 0$, $\varepsilon_{ii}^e = -0.05$. Кривые 1-3 отвечают частотам, при которых построены соответствующие кривые на рис. 5а

Очевидно, что наличие периодического сигнала повлияет на характер фазовой диаграммы, приведенной в разделе 3. Диаграмма получается в результате численного анализа уравнения (15), которое в свою очередь описывает экстремумы термодинамического потенциала (14) [39]. В обоих случаях периодического воздействия (18) и (19) потенциал $V(h_g, t)$ (14) системы будет зависимым от времени, и его экстремумы могут смещаться. При этом в общем случае в системе может не установиться определенный режим, а происходят переходы между различными динамическими состояниями. Однако в ходе эволюции системы, как показано на рис. 5, реализуется стационарное значение плотности границ зерен, вблизи которого происходят гармонические колебания с постоянной амплитудой. Это позволяет анализировать средние по времени значения $\langle \varepsilon_{ii}^e \rangle$, $\langle \varepsilon_{ii}^e \varepsilon_{ii}^e \rangle$, $\langle \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ij}^e \rangle$, и используя их строить фазовую диаграмму с областями существования стационарных плотностей границ зерен h_g . Соответствующая диаграмма будет отличаться от построенной в разделе 3. В случае воздействия ультразвука (18) это связано с тем, что в уравнении (18) фигурируют первый и второй моменты:

$$\langle \varepsilon_{ii}^e \rangle = \varepsilon_{gidro}, \quad \langle \varepsilon_{ii}^e \varepsilon_{ii}^e \rangle = \varepsilon_{gidro}^2 + \frac{\varepsilon_c^2}{2}. \quad (20)$$

Согласно (20) весомый вклад в поведение системы вносит амплитуда внешнего воздействия, при изменении ее величины получаются диаграммы различного вида. В случае воздействия (19) в исходных уравнениях фигурирует второй момент инварианта $\langle \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ij}^e \rangle = \varepsilon_c^2/2$, т.е. также прослеживается зависимость от амплитуды. Таким образом, можно предположить, что рост амплитуды периодического сиг-

нала приводит к снижению порога фазового перехода. Возможно, при этом для достижения мелкозернистой структуры при ИПД потребуется меньшее количество проходов в экспериментальной установке [40, 41].

6. ВЫВОДЫ

Проведенное исследование, базирующееся на принципах неравновесной эволюционной термодинамики, дает целостную картину основных режимов обычной и интенсивной пластичности.

Данный подход позволил описать в представленной работе режимы фрагментации материала при ИПД. За основу выбрана двухуровневая двухмодовая модель неравновесной эволюционной термодинамики в разложении внутренней энергии.

В качестве основных структурных дефектов выбраны границы зерен и дислокации, так как описанное взаимодействие этих двух дефектов играет важную роль в упрочнении материала, поскольку они оказывают друг на друга усиливающее воздействие.

В результате компьютерного моделирования установлено, что предложенный метод описывает существование предельной (стационарной) зернистой структуры материала, которая достигается в процессе ИПД (ненулевой максимум термодинамического потенциала). Интересным является то, что крупнозернистое состояние материала (в пределе монокристалл) связывается с нулевым максимумом внутренней энергии и в контексте теории его также можно рассматривать как своего рода предельную структуру, которая будет равновесной относительно обычной пластичности.

Показано, что переход от основной крупнозернистой структуры ко второй мелкозернистой в процессе ИПД может проходить по сценарию фазовых переходов первого и второго родов.

Построены фазовые диаграммы, которые определяют области реализации различных типов предельных структур. Максимумы термодинамического потенциала $V(h_g)$ соответствуют формированию предельных структур с различным размером зерна.

Установлена связь между образованием нескольких видов дефектов, взаимодействие которых описывает возникновение и формирование стационарных областей фазовой диаграммы.

Исследована кинетика установления стационарных значений плотности дефектов. Для всех областей фазовой диаграммы в рамках адиабатического приближения (при котором изменение плотности дислокаций следует за эволюцией плотности границ зерен) для анализа кинетического уравнения типа Ландау - Халатникова приведены релаксационные

зависимости $h_g(t)$. Согласно последним, тип формируемой предельной структуры зависит от начальных значений плотности границ зерен.

В случае периодического внешнего воздействия, в зависимости от его частоты и амплитуды возможно установление различных режимов фрагментации.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа поддержана Министерством образования и науки Украины (проект «Неравновесная термодинамика фрагментации металлов и трения пространственно-неоднородных граничных смазок между поверхностями с наноразмерными неровностями», № 0115U000692). Выражаем благодарность профессору Л.С. Метлову за обсуждение работы и конструктивные предложения.

The External Periodic Influence Effect on the Kinetics of Metals Fragmentation during the Severe Plastic Deformation

A.V. Khomenko, D.S. Troshchenko, D.V. Boyko, M.V. Zaharov

Sumy State University, 2, Rimsky Korsakov Str., 40007 Sumy, Ukraine

Using the Landau theory of phase transitions, the solids fragmentation during the process of severe plastic deformation is studied. The density of grain boundaries, dislocations and entropy are introduced for describing the defect structures appearing. This allows us to take into account the two channels of energy dissipation (thermal one and defects formation). The phase diagram that establishes the domains of realization of different limiting structures types is obtained. The interaction of several defect types on the formation of limiting structure in terms of internal energy is studied. The formation conditions for two limiting structures are found. They correspond to the mode, in which there is a mixture of different grain sizes. The kinetics of setting in the steady-state values of the defects density is investigated within the scope of the adiabatic approximation, at which the dislocations density change follows the evolution of the grain boundaries density. The external periodic influence is also analyzed. It is shown that frequency and amplitude of external influence change the system behavior.

Keywords: Grain boundary, Dislocation, Limiting structure, Phase transition, Phase diagram, Internal energy, Fragmentation.

Вплив зовнішньої періодичної дії на кінетику фрагментації металів при інтенсивній пластичній деформації

О.В. Хоменко, Д.С. Трощенко, Д.В. Бойко, М.В. Захаров

Сумський державний університет, вул. Римського-Корсакова, 2, 40007 Суми, Україна

В рамках теорії фазових переходів Ландау досліджується фрагментація твердих тіл у процесі інтенсивної пластичної деформації. Для опису утворюваних дефектних структур введені щільності меж зерен, дислокацій та ентропія, що дозволяє врахувати два канали дисипації енергії (теплової та формування дефектів). Побудована фазова діаграма, що визначає області реалізації різних типів граничних структур. Досліджено взаємодію декількох видів дефектів на формування граничної структури з точки зору внутрішньої енергії. Знайдено умови формування двох граничних структур, що відповідає режиму, при якому існує суміш зерен різного розміру. В рамках адиабатичного наближення, при якому зміна щільності дислокацій слідує за еволюцією щільності меж зерен, досліджено кінетику встановлення стаціонарних значень щільності дефектів. Проведено аналіз зовнішнього періодичного впливу, в результаті якого показано, що його частота і амплітуда змінює характер поведінки системи.

Ключові слова: Межа зерна, Дислокація, Гранична структура, Фазовий перехід, Фазова діаграма, Внутрішня енергія, Фрагментація.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. V. Segal, *Severe Plastic Deformation: Towards Bulk Production of Nanostructured Materials*, ISBN: 1-59454-508-1, 1 (New York: Nova Science Publishers: 2006).
2. R.Z. Valiev, R.K Islamgaliev, I.V. Alexandrov, *Prog. Mater. Sci.* **45** No 2, 103 (2000).
3. S. Firstov, M. Brodnikovskiy, M. Danylenko, Yu. Podrezov, *Rev. Adv. Mater. Sci.* **4** No 2, 155 (2003).
4. Я.Е. Бейгельзимер, В.Н. Варюхин, С. Сынков, Д. Орлов, *Винтовая экструзия - процесс накопления деформаций* (Донецк: ТЕАН: 2003) (Ya.E. Beygel'zimer, V.N. Varyukhin, S. Synkov, D. Orlov, *Vintovaya ekstruziya - protsess nakopleniya deformatsiy* (Donetsk: TEAN: 2003)).
5. Г.А. Малыгин, *ФТТ* **43** No 10, 1832 (2001) (G.A. Malygin, *Phys. Solid State* **43** No 10, 1909 (2001)).
6. Г.А. Малыгин, *ФТТ* **44** No 11, 1979 (2002) (G.A. Malygin, *Phys. Solid State* **44** No 11, 2072 (2002)).
7. Г.А. Малыгин, *УФН* **42** No 9, 979 (1999) (G.A. Malygin, *Phys. Usp.* **42** No 9, 887 (1999)).
8. В.Н. Чувильдеев, *Неравновесные границы зерен в металлах. Теория и эксперимент* (Москва: Физматлит: 2004) (V.N. Chuvil'deyev, *Neravnovesnyye granitsy zeren v metallakh. Teoriya i eksperiment* (Moskva: Fizmatlit: 2004)).
9. V.I. Kopylov, V.N. Chuvil'deev, *Severe Plastic Deformation: Towards Bulk Production of Nanostructured Materials*, ISBN: 1-59454-508-1, 37 (New York: Nova Science Publishers: 2006).
10. О.П. Бобров, С.Н. Лаптев, Х. Нейхойзер, В.А. Хоник, К. Чах, *ФТТ* **46** No 10, 1801 (2004) (O.P. Bobrov, S.N. Laptev, H. Neuhäuser, V.A. Khonik, K. Csach, *Phys. Solid State* **46** No 10, 1836 (2004)).
11. И.Е. Пермякова, А.М. Глезер, *IV Международная школа-конференция "Микромеханизмы пластичности, разрушения и сопутствующих явлений" (МРИР). Материалы школы-конференции 24-30 июня 2007 г., 30* (Тамбов: ТГУ им. Г.Р. Державина: 2007) (I.E. Permyakova, A.M. Glezer, *IV Mezhdunarodnaya shkola-konferentsiya "Mikromekhanizmy plastichnosti, razrusheniya i soputstvuyushchikh yavleniy" (MRGR). Materialy shkoly-konferentsii 24-30 iyunya 2007 g., 30* (Tambov: TGU im. G.R. Derzhavina: 2007)).
12. Я.Е. Бейгельзимер, *Mech. Mater.* **37**, 753 (2005).
13. Л.С. Метлов, *Известия РАН. Сер. Физическая* **72** No 9, 1353 (2008) (L.S. Metlov, *Bull. Russ. Acad. Sci. Phys.* **72** No 9, 1283 (2008)).
14. L.S. Metlov, *Phys. Rev. E* **81**, 051121 (2010).
15. L.S. Metlov, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 165506 (2011).
16. J.M. Rubi, A. Gadomski, *Physica A* **326**, 333 (2003).
17. I. Santamaria-Holek, J.M. Rubi, A. Perez-Madrid, [ArXiv: cond-mat / 0409362](https://arxiv.org/abs/cond-mat/0409362).
18. А.В. Хоменко, Н.В. Проданов, Е.П. Хоменко, Д.С. Трощенко, *Ж. нано- электрон. физ.* **6** No 1, 01012 (2014) (A.V. Khomenko, N.V. Prodanov, K.P. Khomenko, D.S. Troshchenko, *J. Nano- Electron. Phys.* **6** No 1, 01012 (2014)).
19. Л.С. Метлов, *Деформация и разрушение материалов* No 2, 40 (2007) (L.S. Metlov, *Deformatsiya i razrusheniye materialov* No 2, 40 (2007)).
20. Л.С. Метлов, *Вестник ДонГУ, Сер. А: Естественные науки* No 1, 269 (2006) (L.S. Metlov, *Vestnik DonGU, Ser. A: Yestestvennyye nauki* No 1, 269 (2006)).
21. Л.С. Метлов, *Металлофиз. новейшие технол.* **29** No 3, 335 (2007) (L.S. Metlov, *Metallofiz. Noveyshiye Tekhnol.* **29** No 3, 335 (2007)).
22. А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко, *УФН* **182** No 10, 1081 (2012) (A.V. Khomenko, I.A. Lyashenko, *Phys. Usp.* **55** No 10, 1008 (2012)).
23. A.V. Khomenko, I.A. Lyashenko, *Condens. Matt. Phys.* **9** No 4(48), 695 (2006).
24. А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко, *ЖТФ* **75** No 11, 17 (2005) (A.V. Khomenko, I.A. Lyashenko, *Tech. Phys.* **50**, 1408 (2005)).
25. A.V. Khomenko, N.V. Prodanov, *Condens. Matt. Phys.* **11** No 4(56), 615 (2008).
26. Л.С. Метлов, *Неравновесная эволюционная термодинамика и ее приложения* (Донецк: Ноулидж: 2014) (L.S. Metlov, *Neravnovesnaya evolyutsionnaya termodinamika i yeye prilozheniya* (Donetsk: Noulidzh: 2014)).
27. А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко, Л.С. Метлов, *Металлофиз. новейшие технол.* **30** No 6, 859 (2008) (A.V. Khomenko, I.A. Lyashenko, L.S. Metlov, *Metallofiz. Noveyshiye Tekhnol.* **30** No 6, 859 (2008)).
28. А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко, Л.С. Метлов, *Вісник СумДУ. Серія "Фізика, математика, механіка"* No 1, 5 (2008) (A.V. Khomenko, I.A. Lyashenko, L.S. Metlov, *Visnyk SumDU. Seriya "Fizyka, matematyka, mekhanika"* No 1, 5 (2008)).
29. Л.С. Метлов, *Вестник ДонГУ, Сер. А: Естественные науки* No 2, 144 (2009) (L.S. Metlov, *Vestnik DonGU, Ser. A: Yestestvennyye nauki* No 2, 144 (2009)).
30. Л.С. Метлов, В.Н. Варюхин, *ФТВД* **22** No 2, 7 (2012) (L.S. Metlov, V.N. Varyukhin, *FTVD* **22** No 2, 7 (2012)).
31. A.V. Khomenko, D.S. Troshchenko, D.V. Boyko, M.V. Zaharov, *Proc. NAP 3 No 1, 01PCSI16* (2014).
32. L. S. Metlov, [ArXiv:1312.3602](https://arxiv.org/abs/1312.3602).
33. L. S. Metlov, [ArXiv:1309.6791](https://arxiv.org/abs/1309.6791).
34. L. S. Metlov, *Phys. Rev. E* **90**, 022124 (2014).
35. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика ч.1* (Москва: Наука: 1995) (L.D. Landau, E.M. Lifshits, *Statisticheskaya fizika ch.1* (Moskva: Nauka: 1995)).
36. A.V. Khomenko, I.A. Lyashenko, *J. Phys. Stud.* **11** No 3, 268 (2007).
37. А.А. Мазилкин, Б.Б. Страумал, С.Г. Протасова и др., *ФТТ* **49** No 5, 824 (2007) (A.A. Mazilkin, B.B. Straumal, S.G. Protasova, O.A. Kogtenkova, R.Z. Valiev, *Phys. Solid State* **49** No 5, 868 (2007)).
38. В.Н. Варюхин, В.З. Спусканюк, Н.И. Матросов, А.Б. Дугадко, Б.А. Шевченко, Э.А. Медведская, Л.Ф. Сенникова, А.В. Спусканюк, Е.А. Павловская, *ФТВД* **12** No 4, 31 (2002) (V.N. Varyukhin, V.Z. Spuskanyuk, N.I. Matrosov, A.B. Dugadko, B.A. Shevchenko, E.A. Medvedskaya, L.F. Sennikova, A.V. Spuskanyuk, E.A. Pavlovskaya, *FTVD* **12** No 4, 31 (2002)).
39. A.V. Khomenko, *Phys. Lett. A* **329** No 1-2, 140 (2004).
40. A.D. Pogrebnjak, E.A. Vazyl, *Vacuum* **64** No 1, 1 (2001).
41. А.Д. Погребняк, М.В. Каверин, В.М. Береснев, *ЖТФ* **84** No 1, 86 (2014) (A.D. Pogrebnjak, M.V. Kaverin, V.M. Beresnev, *Tech. Phys.* **59**, 85 (2014)).