

## Обобщение модели «удлиняемое-неудлиняемое мертвое время» на случай произвольной фазы регистрации импульсов

А.Г. Хачатрян\*, А.Н. Бугай

Институт прикладной физики НАН Украины, ул. Петропавловская, 58, 40000 Сумы, Украина

(Получено 12.12.2013; в отредактированной форме – 27.10.2014; опубликовано online 29.11.2014)

В обычной модели «удлиняемое-неудлиняемое мертвое время» предполагается, что неудлиняемая компонента стартует на переднем фронте зарегистрированных импульсов. Получено выражение для выходной загрузки с учетом фазы регистрации импульсов. Вскрыт ранее не рассмотренный механизм влияния совпадений на интегральную скорость счета, называемый смещением мертвого времени. Разработана компьютерная программа для моделирования выходной загрузки методом Монте-Карло с учетом смещения мертвого времени и зависимости неудлиняемого мертвого времени от амплитуды импульсов. Моделирование применено для подтверждения полученного выражения для выходной скорости счета, а также рассмотрено как альтернативный метод учета мертвого времени.

**Ключевые слова:** Удлиняемое мертвое время, Неудлиняемое мертвое время, Совпадения, Смещение мертвого времени, Счетная характеристика, Моделирование методом Монте-Карло, PIXE.

PACS numbers: 07.50.Qx, 29.85.Fj, 84.30.Sk

### 1. АКТУАЛЬНОСТЬ

Одной из актуальных задач в области исследования материалов является развитие безэталонных методов (абсолютный анализ). В частности, при обработке спектров, полученных методом протонно-индуцированной рентгеновской эмиссии (PIXE), абсолютный анализ сводится к теоретическому расчету инструментальной константы  $H$ . Инструментальная константа, введенная в [1], фигурирует в формуле

$$Y = Y_1 C T \varepsilon Q H, \quad (1)$$

где  $Y$  – интенсивность характеристического пика;  $Y_1$  – удельный выход рентгеновского излучения данной линии;  $C$  – концентрация элемента;  $T$  – относительная доля рентгеновского излучения, прошедшего сквозь поглотитель;  $\varepsilon$  – эффективность детектора;  $Q$  – накопленный за время эксперимента заряд. В формуле (1)  $H$  определяется как произведение телесного угла  $\Omega$  захвата детектором рентгеновского излучения и поправки на заряд  $H_Q$ . Определение  $H$  указанным способом предполагает, что известные нам значения параметров  $Y_1$ ,  $T$  и  $\varepsilon$  являются абсолютно точными. Кроме того не учитывается мертвое время счетно-регистрирующей системы. В более общем случае, интенсивность характеристической линии можно расписать так:

$$Y = (Y_1 N_Y) C (T N_T) (\varepsilon N_\varepsilon) (Q N_Q) \Omega H_d, \quad (2)$$

а инструментальную константу определить следующим образом:  $H = (N_Y N_T N_\varepsilon N_Q \Omega) H_d$ , где  $N_Y$ ,  $N_T$ ,  $N_\varepsilon$  – поправки на величины  $Y_1$ ,  $T$  и  $\varepsilon$  соответственно, а  $H_d$  – поправка на мертвое время. Переопределив инструментальную константу, формально мы опять приходим к выражению (1).

Зачастую при измерении PIXE-спектров вместо времени экспозиции измеряется заряд, который протоны принесли на образец. В результате, не до-

ступным оказывается измерение спектров по живому времени. Если, кроме того, не реализована и система автоматического отклонения пучка, то возможными методами учета мертвого времени остаются теоретический расчет поправки  $H_d$  и моделирование процесса регистрации импульсов методом Монте-Карло.

### 2. ФАЗА РЕГИСТРАЦИИ ИМПУЛЬСОВ

Под фазой регистрации импульсов мы понимаем время, отсчитываемое от переднего фронта импульса, спустя которое вход АЦП закрывается.

В режиме постоянного неудлиняемого мертвого времени наша счетно-регистрирующая система (усилитель ORTEC 855, АЦП Silena 7411) обладает мертвым временем, сходным с обычной последовательностью «удлиняемое-неудлиняемое мертвое время» (УНМВ). К сегодняшнему дню модель УНМВ достаточно хорошо изучена (см., например [2], [3]). Наиболее важным с практической точки зрения результатом является выражение, связывающее входную загрузку  $\rho$  с выходной загрузкой  $R$ :

$$R = \frac{\rho e^{-\rho\tau}}{1 - \theta(\tau_d - \tau)(\tau_d - \tau)\rho e^{-\rho\tau}} \quad (3)$$

где  $\theta$  – функция Хэвисайда,  $\tau_d$  – неудлиняемое мертвое время,  $\tau$  – удлиняемое мертвое время, оно же – длительность импульсов, формирующихся в главном усилителе. Однако, еще до проведения теоретического анализа проблемы, моделирование функции  $R(\rho)$  (далее счетная характеристика) показало неприменимость формулы (3) к нашей счетно-регистрирующей аппаратуре (см. рис.5). Причина этого кроется в том, что классическая модель УНМВ предполагает, что вход АЦП закрывается на переднем фронте регистрируемых импульсов, в то время как в рассматриваемом нами случае пики регистрируются при помощи пикового детектора (то есть на пике импульсов).

\* moyakomora@mail.ru

Основная идея УНМВ, где неудлиняемое мертвое время (НМВ) начинается на переднем фронте импульса, была заложена в работе [8]. Обобщенная модель (т. е. с учетом того, что НМВ может инициироваться в любой фазе импульса) должна содержать дополнительный параметр – фазу регистрации импульса.

Наша задача – показать, каким образом выходная загрузка зависит от фазы старта НМВ в обобщенной модели УНМВ.

### 3. СМЕЩЕНИЕ МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ

Известно, что совпадения при регистрации импульсов приводят к изменению формы амплитудного спектра: некоторые отсчеты исчезают из областей с меньшим номером канала и переходят в области с большим номером канала. При этом считается, что совпадения не оказывают никакого влияния на интегральную скорость счета (некоторые авторы ассоциируют совпадения с удлинением мертвым временем [2], но не об этом влиянии сейчас идет речь). Ниже описан не изученный ранее механизм влияния совпадений на интегральную скорость счета.

С целью наглядности будем рассматривать случай постоянного (не зависящего от амплитуды импульсов) неудлиняемого мертвого времени. Пусть некоторый импульс  $X_0$  появился на входе АЦП в разрешенное время, т. е. ожидается, что импульс  $X_0$  будет зарегистрирован. Пусть также импульс  $X_1$ , непосредственно следующий за импульсом  $X_0$ , суммируется с последним. Сигнал на входе АЦП будет представлять собой сумму импульсов  $X_0, X_1$ . Это означает, что два отдельных импульса  $X_0, X_1$  в АЦП будут восприниматься как один импульс  $X_{sum}$  с увеличенным и смещенным по отношению к импульсу  $X_1$  максимумом. Смещение максимума, как это видно из рис. 1, может приводить к дополнительной потере импульсов. Действительно, если бы импульсы  $X_0, X_1$  воспринимались в АЦП по отдельности, то вход АЦП закрылся бы несколько раньше и импульс  $X_2$  оказался бы зарегистрированным. На самом же деле, импульс  $X_2$  будет пропущен.

Вместо смещения максимума, можно формально считать, что неудлиняемое мертвое время начинается на максимуме пика  $X_0$ , но величина  $\tau_d$  увеличивается на величину смещения максимума. Таким образом, в режиме постоянного мертвого времени, влияние совпадений на выходную скорость счета заключается в том, что неудлиняемое мертвое

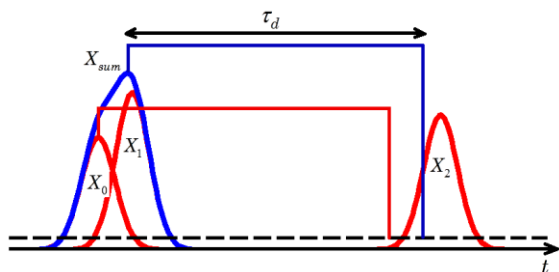


Рис. 1 – Демонстрация влияния совпадений на интегральную скорость счета. Пунктирная линия символизирует уровень нижнего порога дискриминации

время  $\tau_d$  можно рассматривать как случайную величину, распределенную по некоторому закону. В слу-

чае, когда неудлиняемое мертвое время зависит от амплитуды, наличие совпадений приводит к изменению распределения неудлиняемого мертвого времени по импульсам. При этом математическое ожидание увеличивается.

Следует подчеркнуть, что увеличение неудлиняемого мертвого времени – это лишь удобная формальная трактовка механизма влияния совпадений на скорость счета. Физически, как уже отмечалось, имеет место смещение начала неудлиняемого мертвого времени.

В данной работе представлены результаты количественной оценки влияния эффекта смещения мертвого времени на скорость счета.

### 4. ПРИНЦИП ОТКЛИКА АЦП НА ВХОДНОЙ ПОТОК ИМПУЛЬСОВ

Входной поток импульсов будем рассматривать, как прострой пуассоновский процесс плотностью  $\rho$ . Предполагается, что все импульсы имеют одинаковую длительность  $\tau$  и время спада  $\tau_{fall}$ . Под величиной  $\tau$  понимается расстояние между точками пересечения контура импульса с уровнем нижнего порога дискриминации. То есть  $\tau$  зависит не только от параметров усилителя, но и от настроек дискриминатора. Последний факт нужно учитывать при определении  $\tau$  с помощью, например, осциллографа. Под положением импульса на оси времени договоримся иметь в виду положение его максимума.

В режиме постоянного мертвого времени отклик рассматриваемой счетно-регистрирующей аппаратуры на входные импульсы состоит в следующем. Если какой-то импульс зарегистрирован, то есть сработал пиковый детектор, то минимальное время, в течение которого вход АЦП будет закрыт, равно  $\tau_d$ . Этот временной промежуток является настраиваемой характеристикой АЦП. Если на конце НМВ сигнал на входе АЦП превышает уровень нижнего порога дискриминации, то мертвое время будет продлеваться до тех пор, пока сигнал вновь не опустится ниже этого порога. Общее время, в течение которого вход АЦП закрыт в связи с регистрацией импульса  $X$ , будем называть просто мертвым временем импульса  $X$ . Мертвое время, в отличие от НМВ, является случайной величиной.

При выводе счетной характеристики предполагается, что импульсы не суммируются. То есть импульсы рассматриваются по отдельности даже в том случае, если в действительности некоторое их количество суммируется в один импульс. Это упрощение не имеет места при моделировании графиков, приведенных на рис. 4.

### 5. СЧЕТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА В СЛУЧАЕ ПРИЗВОЛЬНОЙ ФАЗЫ РЕГИСТРАЦИИ ИСПУЛЬСОВ

При решении проблем мертвого времени широко применяются методы теории восстановления. При этом для нахождения выходной скорости счета  $R$  сначала ищется плотность распределения импульсов выходного потока по временам ожидания  $f_2(t)$  и, лишь потом,  $R$  определяется из выражения [2]:

$$R^{-1} = \int_0^{\infty} f_2(t) dt.$$

Можно, однако, не интересоваться видом функции  $f_2(t)$  и найти  $R$  гораздо более простым способом. Модель УНМВ предполагает, что входной поток импульсов искажается последовательно: сначала – устройством, обладающим удлиняемым мертвым временем, после – устройством, обладающим НМВ. Пусть  $f_0(t)$  – плотность распределения импульсов по временам ожидания во входном потоке. По предположению  $f_0(t) = \rho e^{-\rho t}$ . Пусть  $R_1$  – плотность потока, искаженного только удлиняемым мертвым временем. Произвольный импульс входного потока окажется пропущенным в результате искажения удлиняемым мертвым временем, если его время ожидания будет меньше чем  $\tau$ . Вероятность такого события равна интегралу от входной плотности распределения в пределах от 0 до  $\tau$ .  $w_{lost} = \int_0^{\tau} f_0(t) dt$ . С другой стороны, ту же вероятность можно интерпретировать как отношение плотности пропущенных импульсов к входной плотности:  $w_{lost} = (\rho - R_1)/\rho$ . Приравняв оба выражения для  $w_{lost}$  и решая относительно  $R_1$ , находим известное выражение [1]:

$$R_1 = \rho e^{-\rho \tau}.$$

Произвольный импульс вторичного потока будет пропущен после искажения НМВ, если время его ожидания лежит в промежутке  $[\tau, \tau_d - \tau + \varphi]$  (рис. 2, заштрихованная область). Время ожидания ограничено снизу значением  $\tau$  потому что импульсы во вторичном потоке не могут перекрываться. Опять обозначим вероятность потери импульса  $w_{lost}$ . Пусть  $N_{reg}$  – количество зарегистрированных за время  $T$  импульсов. Учитывая что, определению,  $R = N_{reg} / T$ , общее время, в течении которого приходящие на вход АЦП импульсы вторичного потока не будут регистрироваться, равно  $N_{reg}(\tau_d - \tau + \varphi)$ . Тогда  $w_{lost} = N_{reg}(\tau_d - \tau + \varphi) / T$ . На практике возможно  $(\tau_d - \tau + \varphi) < 0$ . Чтобы вероятность  $w_{lost}$  не оказалась отрицательной, положим:

$$w_{lost} = \theta(\tau_d - \tau + \varphi) N_{reg}(\tau_d - \tau + \varphi) / T,$$

где  $\theta$  – функция Хэвисайда.

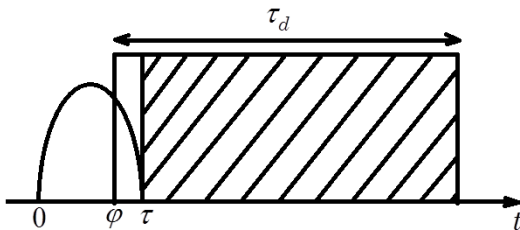


Рис. 2 – Возможное расположение промежутка неудлиняемого мертвого времени относительно зарегистрированного импульса

С другой стороны, вероятность потери импульса равна отношению соответствующих загрузок:  $w_{lost} = (R_1 - R)/R_1$ . Приравняв оба выражения для  $w_{lost}$ , найдем:

$$R = \frac{\rho e^{-\rho \tau}}{1 + \theta(\tau_d - \tau + \varphi)(\tau_d - \tau + \varphi) \rho e^{-\rho \tau}}. \quad (4)$$

Это и есть счетная характеристика в случае произвольной фазы старта мертвого времени. Формула (4) удовлетворяет принципу соответствия. Действительно, для граничных случаев имеем:  $\lim_{\tau_d \rightarrow 0} R = \rho / (1 + \rho \tau_d)$

и  $\lim_{\tau_d \rightarrow \infty} R = \rho e^{-\rho \tau}$ . Данные асимптотики в точности совпадают с известными формулами для чистых случаев неудлиняемого и удлиняемого мертвого времени (см., например, [3]). Кроме того, видим, что в частном случае, когда НМВ начинается на переднем фронте импульса (т. е.  $\varphi = 0$ ), формула (4) переходит в хорошо известную формулу (3).

На практике  $R$  является наблюдаемой величиной, а значение входной загрузки  $\rho$  подлежит определению. Применение специальной функции Ламберта, позволяет решить уравнение (4) явно относительно входной загрузки. Выразив из (4) величину  $\rho e^{-\rho \tau}$  и умножив полученное равенство на  $(-\tau)$ , получим

$$(-\tau \rho) e^{(-\rho \tau)} = - \frac{\tau R}{1 - \theta(\tau_d - \tau_{fall})(\tau_d - \tau_{fall}) R},$$

откуда

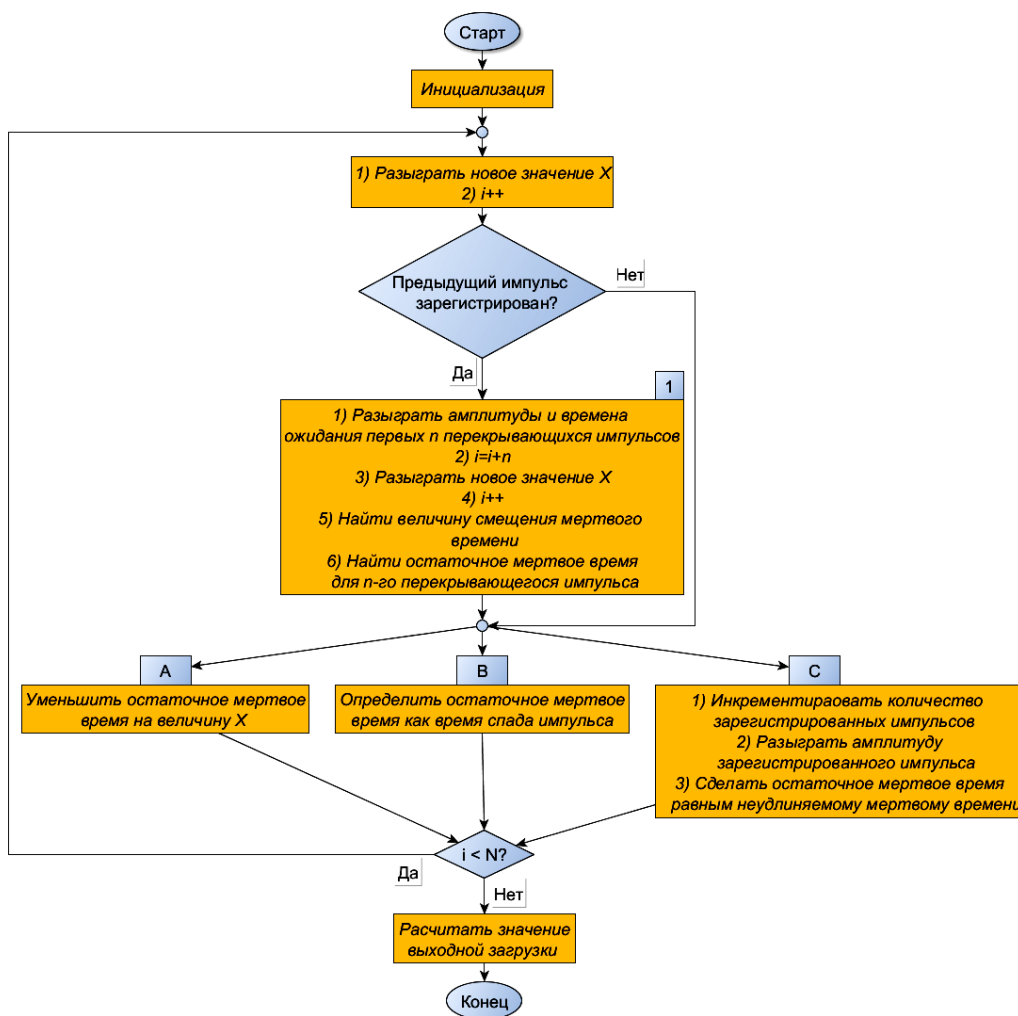
$$\rho = - \frac{1}{\tau} W_0 \left( - \frac{\tau R}{1 - \theta(\tau_d - \tau_{fall})(\tau_d - \tau_{fall}) R} \right). \quad (5)$$

В последнем уравнении  $W_0$  – это функция Ламберта. Индекс 0 означает, что берется меньшее из двух значений действительной ветви функции. Выбор именно этого значения функции Ламберта может быть обоснован тем, что на практике регистрируемая нагрузка намного меньше максимальной. При малых в этом смысле  $R$ , разница между большим и меньшим значениями  $\rho$  существенная. Большее значение  $\rho$  оказывается физически неправдоподобным. В общем случае, если есть причины сомневаться при выборе между решениями  $W_0$  и  $W_1$ , можно экспериментально проверить, как меняется выходная нагрузка в зависимости от параметров, пропорциональных входной нагрузке (это может быть, например, ток пучка). Если наблюдается прямая зависимость, то правильное решение  $W_0$ , в противном случае –  $W_1$ .

## 6. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫХОДНОЙ СКОРОСТИ СЧЕТА

При обработке рентгеновских спектров, полученных методом PIXE, мы используем программное обеспечение GUPIXWIN[11]. В GUPIXWIN предусмотрена коррекция спектров на совпадения, однако мертвое время не учитывается. В общем случае, для того чтобы с помощью GUPIXWIN получать правильные значения концентраций, необходимо загружать спектры, предварительно откорректированные на эффект мертвого времени.

Одним из методов коррекции спектров на мертвое время является моделирование методом Монте-Карло процесса регистрации импульсов. Если спектр был получен в режиме постоянного мертвого времени, то задачу коррекции легко решить теоретически (см. формулы (4), (5)). В случае же, когда мертвое время зависит как от амплитуды импульсов, так и, возможно, от времени, предпочтительным является моделирование, как метод



**Рис. 3** – Блок-схема функции для моделирования возможного значения выходной загрузки. Данная функция принимает следующие аргументы: имя файла спектра, время нарастания импульса, время спада импульса, количество импульсов входящего потока, значение входной загрузки, максимальная кратность совпадений

более простой и универсальный. Для наших амплитуды импульсов НМВ.

Идея моделирования при исследовании проблем мертвого времени сама по себе не нова (см., например, [2], [5], [6]). Однако метод Монте-Карло использовался по большей части для проверки справедливости теоретических формул и распределений. В последних работах [9], [10] метод Монте-Карло применяли для моделирования амплитудного спектра, искаженного совпадениями. В данной работе моделирование применяется для верификации формулы (4), а также рассматривается непосредственно как метод коррекции загрузки на эффект мертвого времени.

Моделирование выполнялось средствами среды Matlab. В коде программы применяется два независимых генератора случайных чисел (ГСЧ). Первый из них имеет экспоненциальную плотность распределения с параметром, равным  $\rho^{-1}$ , где  $\rho$  – входная скорость счета. Этот генератор инициализирует значение переменной X, посредством которой обозначается время ожидания очередного импульса, отсчитанное от предыдущего импульса. Плотность распределения второго ГСЧ определяется формой ам-

плитудного спектра, который подгружается в блоке «инициализация» (рис. 3). Второй ГСЧ служит для розыгрыша амплитуд перекрывающихся импульсов (см. блок 1).

Амплитуды перекрывающихся импульсов необходимы для определения смещения мертвого времени. При моделировании мы ввели величину, называемую остаточным мертвым временем  $t$ . Остаточное мертвое время отсчитывается от импульса, предшествующего данному импульсу входного потока и равно времени, спустя которое вход АЦП откроется, при условии, что мертвое время не удлинится за счет появления других импульсов.

При определении смещения (блок 1, п. 5)), форма пиков предполагалась Гауссовой (хотя имеется возможность задать любую форму импульсов). Смещение мертвого времени определялось как координата первого локального максимума суммы пиков относительно положения максимума первого из перекрывающихся пиков. Для поиска локального максимума применялся метод биекции.

## 7. КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ СДВИГА МЕРТВОГО ВРЕМЕНИ НА ВЫХОДНУЮ СКОРОСТЬ СЧЕТА

Для оценки влияния совпадений на выходную скорость счета была определена относительная систематическая погрешность  $\Delta$ , которая возникает, если при определении выходной скорости счета пренебречь эффектом сдвига мертвого времени. «Истинное» значение выходной скорости счета,  $R_{true}$ , моделировалось при помощи вышеописанного алгоритма (рис. 3). Моделирование «приближенного» значения выходной скорости счета,  $R_{est}$ , проводилось в пренебрежении эффектом смещения мертвого времени. Другими словами, сдвиг мертвого времени принимался равным нулю. Величина относительной систематической погрешности определялась так:  $\Delta = (R_{est} - R_{true})/\rho$ . Вообще говоря,  $\Delta$  является функцией неудлиняемого мертвого времени, времени спада и времени нарастания импульсов, а также входной скорости счета. Мы не ставили себе задачу определить  $\Delta$ , как функцию всех четырех аргументов на какой-либо области, поскольку это потребовало бы слишком большого времени (моделирование одной точки занимает около 2 мин. на современном ПК). Поэтому значение неудлиняемого мертвого времени было выбрано фиксированным, и равным 15 мкс, как среднее значение неудлиняемого мертвого времени в наших экспериментальных условиях, а входная скорость счета принимала только четыре значения.

В качестве статистического ряда распределения импульсов по амплитудам, мы использовали нормированный рентгеновский спектр грунта, как пример образца сложного состава. То есть вероятности различных значений амплитуды были взяты из спектра.

Для моделирования каждой точки графиков, приведенных на рисунке 4, тестировались  $10^6$  импульсов входного потока. В силу конечного количества входных

импульсов, относительная погрешность  $\Delta$  является случайной величиной. На каждом графике приведена статистическая оценка ее дисперсии.

Мы находили именно алгебраическую величину относительной систематической погрешности, так как зависимость ее модуля от ширины импульсов в меньшей мере проявляет характер функции с максимумом, что мы хотели подчеркнуть. Наличие максимума (который проявляется тем сильнее, чем больше входная скорость счета) объясняется качественно следующим образом. Совершенно очевидно, что сдвиг мертвого времени, как и частота совпадений, растут с увеличением ширины импульсов. Следовательно, с увеличением ширины импульсов увеличивается и погрешность, связанная с пренебрежением сдвигом мертвого времени. С другой стороны, чем больше ширина импульсов по сравнению с неудлиняемым мертвым временем, тем меньшее влияние имеет неудлиняемое мертвое время на скорость счета. Если время спада импульса оказывается больше, чем неудлиняемое мертвое время, то последнее вообще никак себя не проявляет. Сообразно со сказанным, систематическая погрешность может быть больше нуля только между точками  $\tau = 0$  и  $\tau = 2\tau_d$ , что находится в согласии с данными моделирования (рис. 4). Из рис. 4 видно, что при входной скорости счета равной 1000 имп./сек., с точностью до статистических колебаний, относительная систематическая погрешность не превышает  $5 \cdot 10^{-4}$ , т. е. 0,05%. При  $\rho = 10^4$  имп./сек., ошибка может быть равна 0,1%, а при входной скорости счета  $5 \cdot 10^4$  имп./сек., ошибка может достигать 0,7%. Лишь для некоторых приложений такая систематическая погрешность может оказаться неприемлемой, но в большинстве случаев можно констатировать, что эффект смещения мертвого времени пренебрежимо мал в амплитудном анализе.

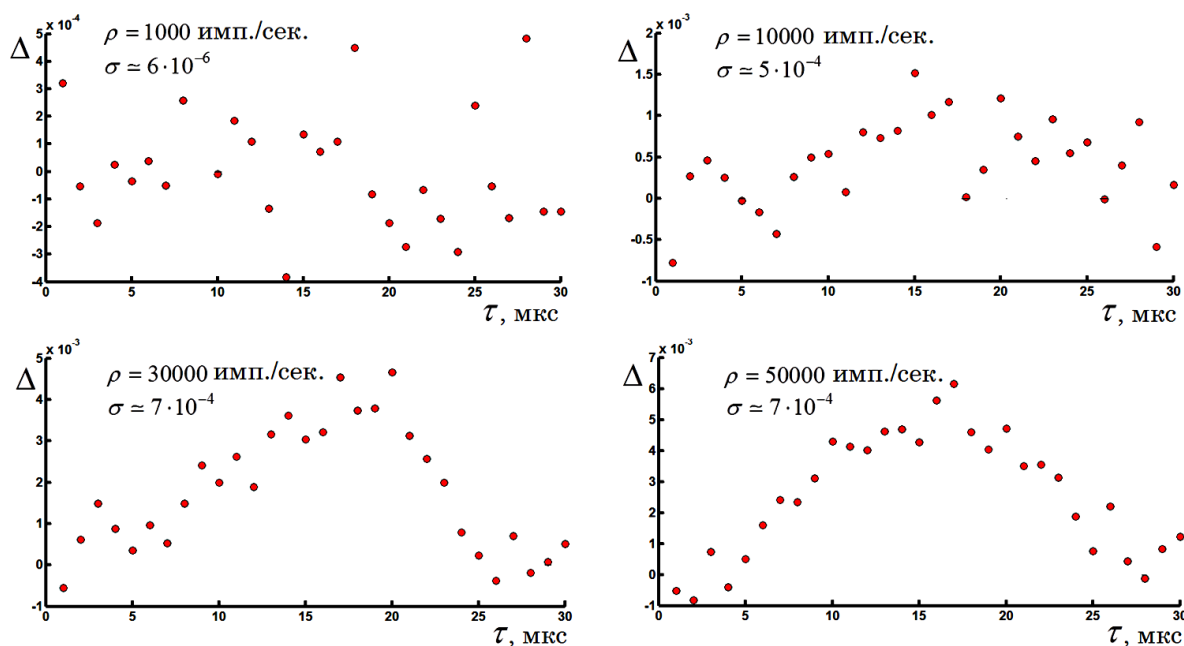


Рис. 4 – Зависимость относительной погрешности  $\Delta$  от ширины импульсов при различных входных нагрузках. Неудлиняемое мертвое время одинаково для всех графиков

### 8. МОДЕЛИРОВАНИЕ СЧЕТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Мы применили моделирование методом Монте-Карло для проверки теоретического результата (4). Для этого, при различных значениях неудлиняемого мертвого времени, была промоделирована зависимость выходной скорости счета от входной (счетная характеристика). Для всех графиков, приведенных на рис. 5, сумма квадратов невязок для

кривой, соответствующей формуле (3) больше суммы квадратов невязок для кривой, соответствующей формуле (4). Причем разность везде составляет больше 5 % и меньше 15 %.

Моделирование методом Монте-Карло может быть применено непосредственно для нахождения входной загрузки. Для этого описанная в п. 6 процедура применяется для решения обратной задачи нахождения входной загрузки по известной выходной загрузке. В качестве метода решения обратной задачи

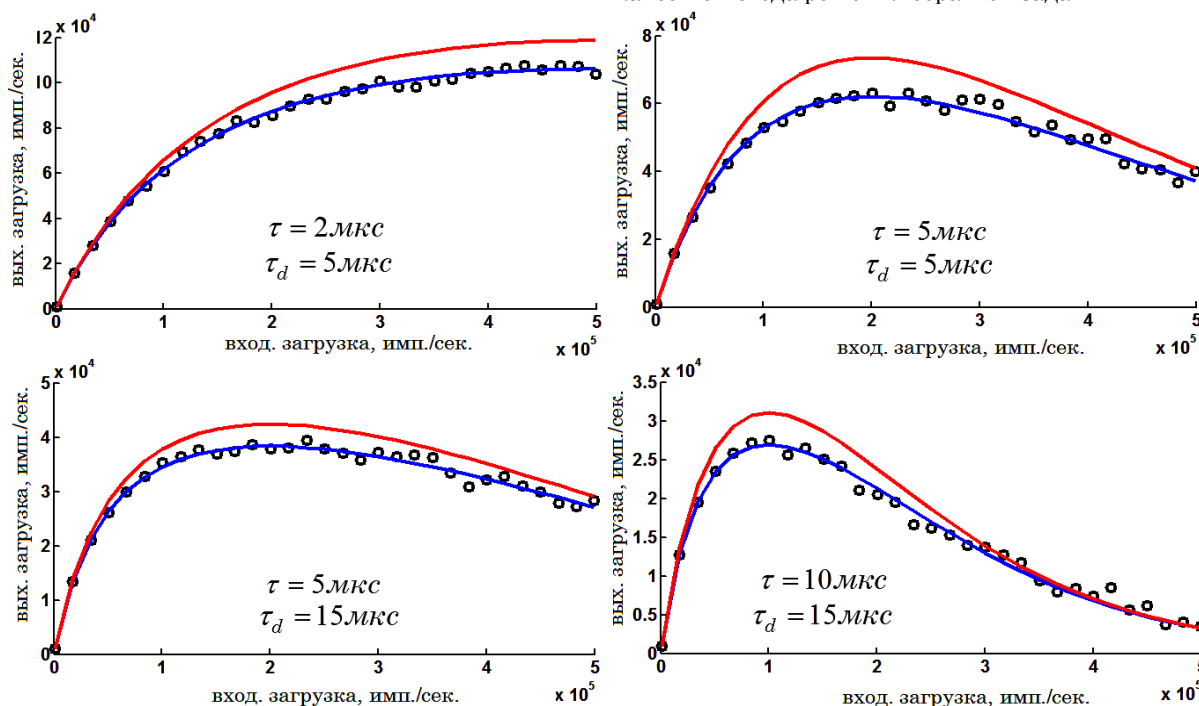


Рис. 5 – Счетные характеристики АЦП при различных значениях неудлиняемого мертвого времени и ширине импульсов. Черные точки – результаты моделирования; синяя линия – формула (4); красная линия – формула (3)

можно выбрать моделирование счетной характеристики с последующей подгонкой. Мы обнаружили, что выражение  $R = \rho e^{-\rho \tau} / (1 + a \rho e^{-\rho \tau})$ , где  $a$  – единственный параметр подгонки, удовлетворительно аппроксимирует модельную счетную характеристику в случае переменного НМВ. В такой постановке задача аппроксимации сводится к линейной. Достаточно положить  $1/R = y$ ,  $1/(\rho e^{-\rho \tau}) = x$ . Тогда будем иметь  $y = x + a$ . Входная нагрузка затем выражается из аппроксимирующей функции.

### 9. ВЫВОДЫ

Рассмотрение фазы старта неудлиняемого мертвого времени привело к более общему типу мертвого времени, чем классическая последовательность УНМВ. Выражение для выходной загрузки (4) правильно описывает мертвое АЦП с пиковым детектором, чем выражение (3), что подтверждается результатами моделирования (рис. 5). Недостатком формулы (4) является то, что в ней не учитывается возможная зависимость неудлиняемого мертвого времени от амплитуды импульсов. Формула (4) не учитывает также и эффект смещения мертвого времени, однако, как показано в работе, последний не вносит

существенного вклада в общую погрешность при рабочих скоростях счета порядка нескольких тысяч имп./сек.

Метод моделирования счетной характеристики с последующей аппроксимацией является универсальным методом учета мертвого времени, позволяющим не углубляться в теоретические аспекты проблемы мертвого времени. Этот метод позволяет находить входную нагрузку в более сложных случаях, как, например, зависимость неудлиняемого мертвого времени от амплитуды импульсов.

В разработанном алгоритме моделирования выходной скорости счета учитываются совпадения вплоть до наперед заданной кратности. Это позволяет, произведя некоторую доработку, использовать его для моделирования амплитудного спектра, искаженного совпадениями.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Авторы признательны кандидату физико-математических наук Андрею Крамченкову за любезно оказанную им помощь в редактировании данной статьи.

## Generalization of the “Extended-non-extended Dead Time” Model for the Case of an Arbitrary Phase of Pulse Registration

A.G. Khachatryan, O.M. Buhay

*Institute of Applied Physics NAS of Ukraine, 58, Petropavlivska Str., 40000 Sumy, Ukraine*

In the conventional “extended-non-extended dead time” model it is assumed that non-extended dead time is imposed at the beginning of each registered pulse. We deduced the expression for output count rate, considering that the non-extended dead time can start at any phase of registered pulses. New mechanism of influence on the integral count rate, the so-called “dead time shifting”, is uncovered. The Monte Carlo code for output count rate modeling is developed. This code takes into account the dead time shifting effect and includes the possibility for non-extended dead time to be amplitude-dependent. We employed Monte Carlo modeling to check the theoretical formula for output count rate. Besides, modeling has been considered as the alternative way to perform dead-time correction.

**Keywords:** Extended dead time, Non-extended dead time, Pile-up, Dead time shifting, Counting characteristic, Monte Carlo simulation, PIXE.

## Узагальнення моделі «подовжуваний-неподовжуваний мертвий час» на випадок довільної фази реєстрації імпульсів

А.Г. Хачатрян, А.Н. Бугай

*Інститут прикладної фізики НАН України, вул. Петропавлівська, 58, 40000 Суми, Україна*

В звичайній моделі «подовжуваний-неподовжуваний мертвий час» припускається, що неподовжуваний мертвий час стартує на передньому фронті зареєстрованих імпульсів. Ми отримали вираз для вихідної завантаження з урахуванням фази старту зареєстрованих імпульсів. Відкрито до цього не описаний механізм впливу співпадань на інтегральну швидкість лічби, названий зміщенням мертвого часу. Розроблено Монте Карло програму для моделювання вихідної завантаження з урахуванням зміщення мертвого часу та можливої залежності величини неподовжаного мертвого часу від амплітуди імпульсів. Моделювання застосоване для перевірки правильності теоретично отриманого виразу для вихідної завантаження, а також розглянуте як альтернативний метод врахування мертвого часу.

**Ключові слова:** Подовжуваний мертвий час, Неподовжуваний мертвий час, Співпадання, Зміщення мертвого часу, Лічильна характеристика, Моделювання методом Монте-Карло, PIXE.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. S.A.E. Johansson, J.L. Campbell, K.G. Malmqvist, *Particle-induced X-ray emission spectrometry (PIXE)* (New York: A Wiley-Interscience publication: 1995).
2. S. Phommé, *Appl. Radiat. Isotopes* **66**, 941 (2008).
3. G.W. Müller, *Nucl. Instrum. Methods* **112**, 47 (1973).
4. R.M. Lindstrom, R.F. Fleming, *Radioact. Radiochem.* **6** No 2, 20 (1995).
5. T. Mukoyama, *Bull. Inst. Chem. Res.* **62** No 5-6, 287 (1984).
6. C.F. Master, L.V. East, *IEEE T. Nucl. Sci.* **17** No 3, 383 (1970).
7. H.D. Choi, *Nucl. Eng. Technol.* **43** No 3, 287 (2011).
8. L. Takács, *Math. Proc. Cambridge* **52** No 3, 488 (1956).
9. Weijun Guo, Robin P. Gardner, Fusheng Li, *Adv. X-Ray Anal.* **48**, 246 (2005).
10. Ali Asghar Mowlavi, Mohammad Hadi Hadizadeh Yazdi, *Nucl. Instrum. Meth. A* **660**, 104 (2011).
11. J.L. Campbell, N.I. Boyd, N. Grassi, P. Bonnick, J.A. Maxwell, *Nucl. Instrum. Meth. B* **268**, 3356 (2010).