

## Влияние спин-орбитального взаимодействия на магнито-оптические спектры InSb квантовых точек

А.С. Баужа

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, ул. Владимирская, 64/13,  
01033 Киев, Украина

(Получено 29.05.2014; опубликовано online 29.11.2014)

В работе проведены теоретические расчеты зависимостей энергетических уровней и спектров поглощения электронов в параболической квантовой точке от приложенного магнитного поля. При расчетах было учтено влияние спин-орбитального взаимодействия. Спин-орбитальное взаимодействие приводит к возникновению скачкообразной зависимости частоты поглощения квантовых точек от приложенного магнитного поля.

**Ключевые слова:** Спин-орбитальное взаимодействие, Квантовая точка, Спектр поглощения.

PACS number: 78.67.Hc

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Низкоразмерные системы открыли новую область физических исследований, которые ведутся в течение последних 20 лет. С помощью современных полупроводниковых технологий удалось спроектировать и создать квантовые точки (КТ) и системы КТ с заданными параметрами. КТ имеют много общего с атомами, но это искусственные объекты, разработанные и изготовленные в лабораториях. Один из путей создания квантовых точек заключается в ограничении двумерного электронного газа в полупроводниковой гетероструктуре с помощью внешнего электрического поля [1-6]. Такие квантовые структуры ограничивают движение небольшого количества электронов во всех трех пространственных измерениях.

Магнитооптические свойства КТ рассмотрены в ряде работ [7-8]. В этих работах не учтено влияние спин-орбитального (СО) взаимодействия, связанного с перпендикулярной оси симметрии зависимостью ограничивающего потенциала квантовой точки.

Изучение электронных и оптических свойств КТ важно в связи с тем, что данные структуры являются перспективными для разработки оптоэлектронных устройств и применения в оптической квантово-информационной технологии [9, 10].

Спин-орбитальное взаимодействие в низкоразмерных структурах, таких как КТ в последнее время интенсивно исследуется. Данное исследование есть следствие того, что эти структуры могут быть использованы в устройствах связанных с транспортом спина [11-13]. Главной целью таких работ показать, что с помощью СО взаимодействия можно управлять спиновыми состояниями в квантовых точках. В работах [14-19] рассматривалась спиновая динамика электронов в квантовых точках. Результат этих работ разработка механизмов записи и считывания информации спиновой информации. Большинство современных экспериментальных работ сосредоточилось на магнитотранспортных явлениях [20-21]. В данных работах приведены теоретические расчеты влияния СО взаимодействия на спектры поглощения квантовых точек, которое может быть исследовано экспериментально.

### 2. ТЕОРИЯ

Для описания квантовой точки будем использовать следующую модель. 2D-электронный газ ограничен параболическим потенциалом. В качестве формы квантовой точки используем цилиндр. Движение электронов вдоль оси Z ограничено бесконечно глубокой потенциальной ямы (рис. 1в).

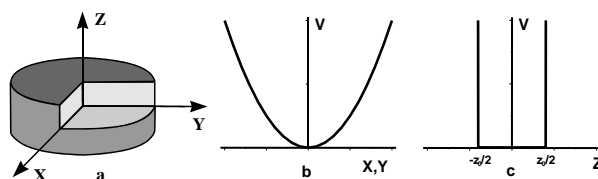


Рис. 1 – Вид и профиль потенциала квантовой точки

Для описания профиля потенциала в плоскости XY используется параболический потенциал (рис. 1б):

$$V_c(r) = \frac{1}{2} m(E) \omega_0^2 r^2, \quad (1)$$

$m(E)$  – эффективная масса электрона зависящая от значения его энергии,  $\hbar\omega_0$  – характерна энергия связи электрона в квантовой точке. Характерный размер квантовой точки определяется из соотношения [14]:

$$r_0 = \sqrt{\frac{2E_f}{m(E_f)\omega_0^2}}, \quad (2)$$

где  $E_f$  – уровень Ферми.

Вдоль оси Z приложено однородное постоянное магнитное поле, которому соответствует векторный потенциал:

$$\mathbf{A} = \left( -\frac{B_y}{2}; \frac{B_x}{2}; 0 \right), \quad \mathbf{B} = (0; 0; B).$$

Одноэлектронный гамильтониан в цилиндрической системе координат  $\{r, \varphi\}$  можно записать в виде [14]:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m(E)} \left[ \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right] - \frac{i}{2} m \omega_c(E, B) \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{1}{8} m(E) \omega_c^2(E, B) r^2 + V_c(r) + V_{so}^R(r, \phi) + \frac{1}{2} \sigma_z \mu_B g(E) B, \quad (3)$$

где первые три слагаемых описывают кинетическую энергию электрона, движущегося в плоскости  $\{x, y\}$ , четвертое – описывает параболический потенциал, пятое – спин-орбитальное взаимодействие и последний – взаимодействие магнитного поля со спином электрона. Расчеты энергетических спектров энергий и видов волновых функций для гамильтониана (3) выполнены в работе [14].

Спин-орбитальное взаимодействие для параболической квантовой точки было описано Рашбой и

$$E_{n,l,\sigma} = \hbar \Omega_\sigma(E_{n,l,\sigma}, B) (2n + |l| + 1) + l \frac{\hbar \omega_c(E_{n,l,\sigma}, B)}{2} + \sigma \left[ \frac{\mu_B}{2} g(E_{n,l,\sigma}) B + \lambda m(E_{n,l,\sigma}) \omega_0^2 \right], \quad (5)$$

$$\psi_{n,l,\sigma}(r, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(i l \phi) \sqrt{\frac{2}{l_B^2}} \left[ \frac{n!}{(n + |l|)!} \right]^{-1/2} \exp\left(-\frac{r^2}{2l_B^2}\right) \cdot \left(\frac{r^2}{l_B^2}\right)^{|l|/2} \cdot L_n^{|l|}\left(\frac{r^2}{l_B^2}\right),$$

где  $n$  – главное квантовое число,  $l$  – квантовое число отвечающее за проекцию орбитального момента электрона на ось  $z$  и  $\sigma = \pm 1$  – квантовое число отвечающее за проекцию спина электрона на ось  $z$ ,  $\mu_B = e\hbar/2m_0$  – магнетон Бора,  $e$  – заряд электрона,  $m_0$  – масса свободного электрона.  $L_n^{|l|}(x)$  – полином Лагерра (Laguerre),  $l_B = \sqrt{\hbar/m\Omega_\sigma}$  – эффективная магнитная длина,

$$\Omega_\sigma^2 = \omega_0^2 + \frac{\omega_c^2(E, B)}{4} + \alpha \alpha \frac{m(E) \omega_0^2}{\hbar} \omega_c(E, B).$$

Эффективная масса электрона подается соотношением [22]:

$$\frac{1}{m(E)} = \frac{1}{m(0)} \frac{E_g(E_g + \Delta)}{(3E_g + 2\Delta)} \left[ \frac{2}{E + E_g} + \frac{1}{E + E_g + \Delta} \right], \quad (6)$$

где  $E$  – энергия электрона в зоне проводимости,  $m(0)$  – эффективная масса электрона на дне зоны проводимости,  $E_g$  – ширина запрещенной зоны и  $\Delta$  величина спин-орбитального расщепления валентной зоны,

$$\omega_c(E, B) = \frac{eB}{m(E)}$$

– циклотронная частота электрона,

$$g(E) = 2 \left[ 1 - \frac{m_0}{m(E)} \frac{\Delta}{3(E_g + E) + 2\Delta} \right] \quad (7)$$

– эффективный  $g$ -фактор для полупроводников [25].

Уровни энергии электрона в квантовой точке могут быть получены путем самосогласованного решения уравнений (5), (6) и (7). Вычисления проводились методом последовательных приближений.

Для расчета поглощения электромагнитного из-

лучения квантовой точкой, рассмотрим случай паде-

$$\hat{V}_{so}^R(r, \phi) = \hat{\sigma}_z \alpha \frac{dV_c(r)}{dr} \left( k_\phi + \frac{e}{2\hbar} B r \right), \quad (4)$$

где  $k_\phi = -i(1/\rho)\partial/\partial\phi$ ,  $\alpha$  – параметр спин-орбитального взаимодействия, введенный Рашбой [22].

Уравнение Шредингера с гамильтонианом (3) имеет аналитическое решение [14]. Собственные значения энергии и волновые функции имеют вид:

лучения квантовой точкой, рассмотрим случай паде- ния света на КТ вдоль оси  $Z$ . Интенсивность погло- щения квантовой точкой в пределах дипольного приближения пропорциональна квадрату матрич- ных элементов  $A_{nls}^{n'l's'} = \langle \psi_{nls} | r e^{\pm i\theta} | \psi_{n'l's'} \rangle$ , для случая, когда электрон переходит из состояния  $|\psi_{n'l's'}\rangle$  в со- стояние  $\langle \psi_{nls} |$  [7]. Знак показателя экспоненты опре- деляет поляризацию поглощаемого излучения. Сила осциллятора определяется выражением  $f_{nls}^{n'l's'} = (2m/\hbar) \omega_{nls}^{n'l's'} |A_{nls}^{n'l's'}|^2$ , где  $\omega_{nls}^{n'l's'} = (E_{n'l's'} - E_{nls})/\hbar$  – частота перехода. Для электронных состояний вы- полняется правило отбора для разрешенных ди- польных переходов:  $\Delta l = l' - l = \pm 1$ ,  $\Delta s_z = 0$ .

Все последующие расчеты будут выполнены в предельном случае значения температуры  $T = 0$  К.

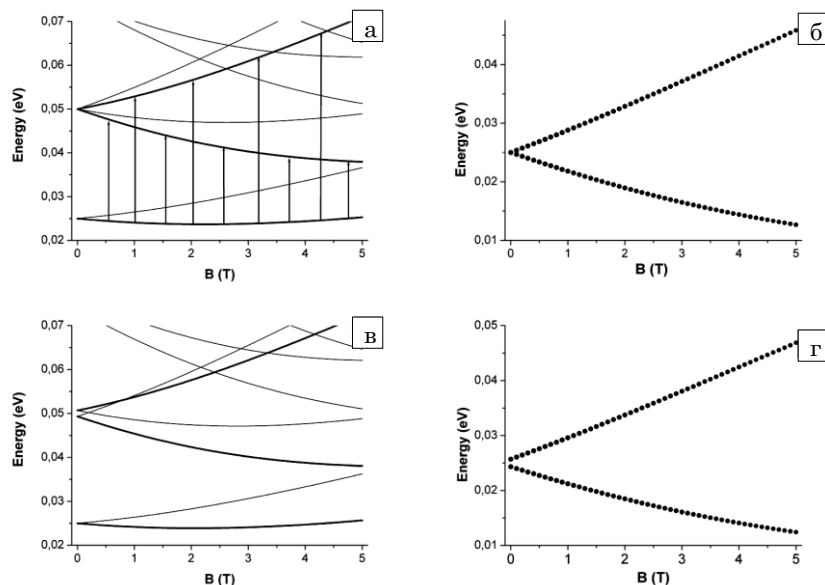
### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Для InSb квантовой точки будут использованы следующие параметры:  $m(0) = 0.014m_0$ ,  $E_g = 0.24eV$ ,  $\Delta = 0.81eV$ ,  $\alpha = 5nm^2$ ,  $\hbar\omega_0 = 0.025eV$  [14, 26, 27].

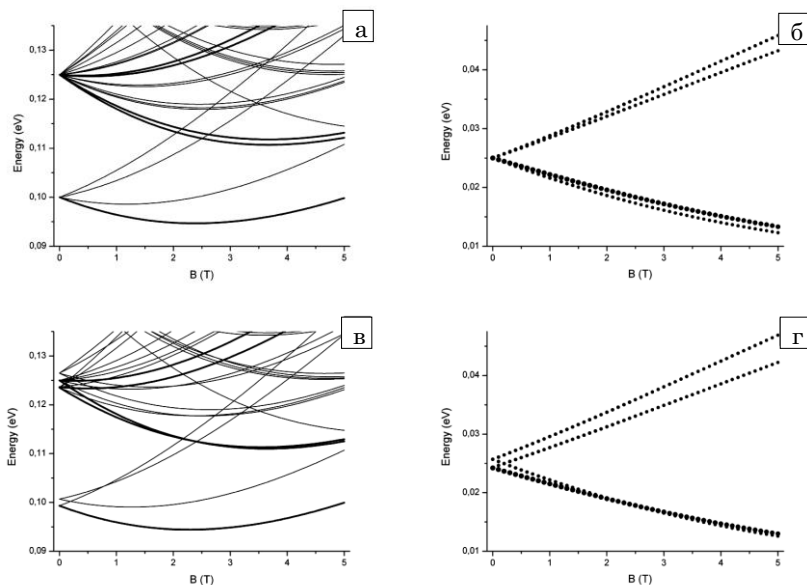
На рис. 2 (а, в) представлены зависимости энерге- тических уровней электрона в квантовой точке от внешнего магнитного поля. На рис. 2а представлена зависимость без учета СО взаимодействия. Стрелка- ми показаны разрешенные дипольные переходы электрона между энергетическими уровнями. При учете СО взаимодействия возникает расщепление энергетических уровней (рис. 2в) в отсутствии маг- нитного поля. Значения величины энергий поглоще- ния фотона (рис. 2г) также расщепляются при нуле- вом значении магнитного поля.

При заполнении КТ 2-мя или 3-мя электронами спектры поглощения, при учете СО взаимодействия, пересекаются. Для 3-х электронов это хорошо видно на рисунке 3г.

На рис. 3а, в представлены зависимости энергетич- еских уровней 3-х не взаимодействующих электронов,



**Рис. 2** – Зависимость энергетических уровней электронов (а, в) и спектра поглощения (б, г) InSb квантовой точки с одним электроном от приложенного магнитного поля. Зависимости без (а, б) и с учетом (в, г) влияния спин-орбитального взаимодействия. Площадь окружностей в зависимости (б, г) пропорциональна интенсивности поглощения квантовой точки

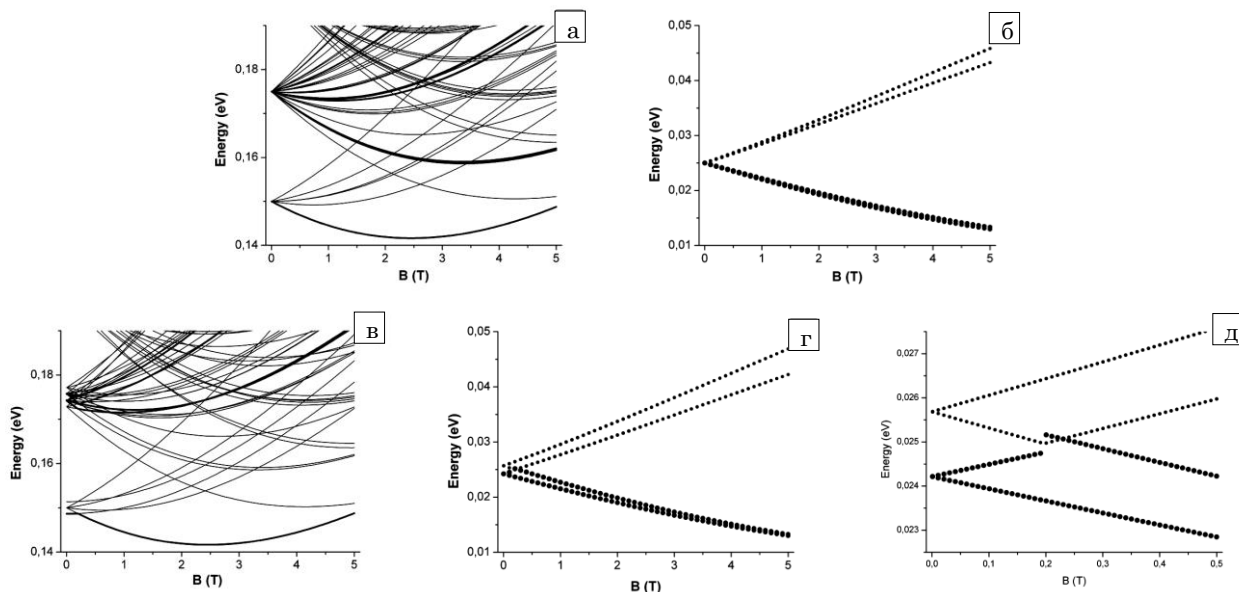


**Рис. 3** – Зависимость полной энергии 3-х не взаимодействующих электронов (а, в) и спектра поглощения (б, г) InSb квантовой точкой с тремя электронами от приложенного магнитного поля. Зависимости без учета (а, б) и с учетом (в, г) влияния спин-орбитального взаимодействия. Площадь окружностей в зависимости (б, г) пропорциональна интенсивности поглощения квантовой точки

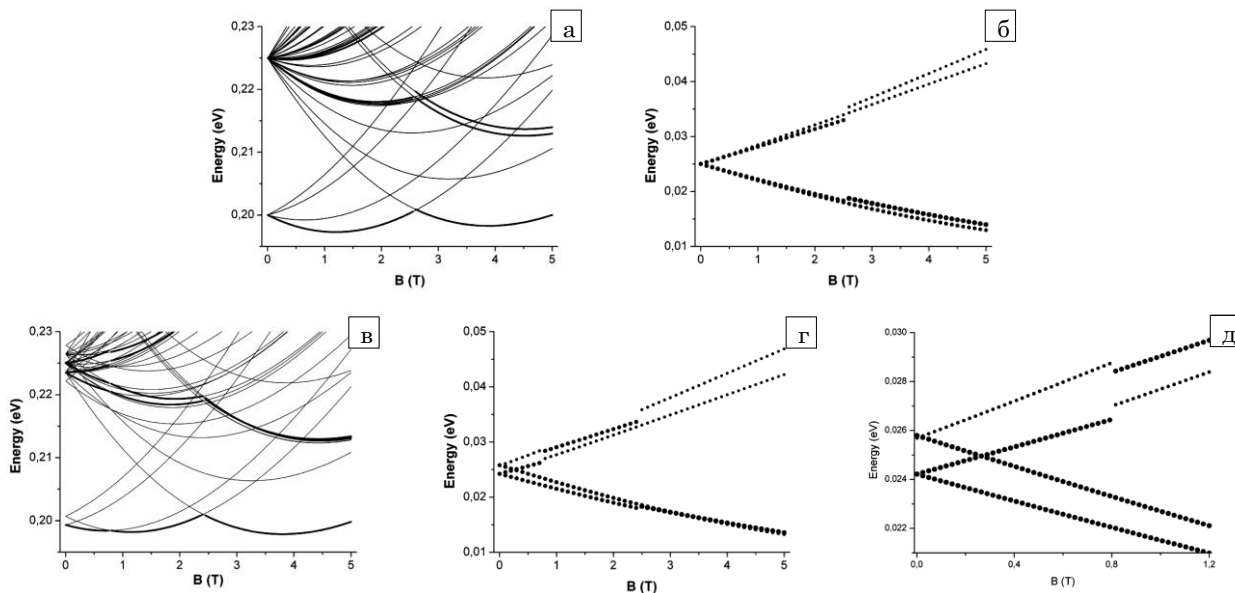
находящихся в квантовой точке от внешнего магнитного поля. Энергия рассчитана из соотношения  $E_{total} = \sum E_{n,l,\sigma}$ , где  $n, l, \sigma$  – определяют заполненные электронные состояния. Толстыми линиями отмечены энергетические уровни электронов которые в соответствии с правилами отбора могут принимать участие в поглощении света квантовыми точками. При учете СО взаимодействия возникает расщепление энергетических уровней (рис. 3в) при нулевом значении магнитного поля. Зависимости спектров поглощения с учетом СО взаимодействия и без его учета от приложенного магнитного поля также пред-

ставлены на рис. 3б, г.

Более сложная картина возникает при рассмотрении КТ заполненной четырьмя электронами (рис. 4). При учете СО взаимодействия, как видно на рис. 4в, в спектре возникает пересечение нижних уровней. Так, при полях ниже  $B = 0.2T$  заполненным является уровень с электронными состояниями  $|0,0,1\rangle$ ,  $|0,0,-1\rangle$ ,  $|0,-1,1\rangle$  и  $|0,1,-1\rangle$  (где  $|n,l,\sigma\rangle$  – состояние с соответствующими квантовыми числами. При полях выше  $B = 0.2T$  заполненным является уровень электронными состояниями  $|0,0,1\rangle$ ,  $|0,0,-1\rangle$ ,  $|0,-1,1\rangle$  и



**Рис. 4** – Зависимость полной энергии 4-х не взаимодействующих электронов (а, в) и спектра поглощения (б, г, д) InSb квантовой точкой с 4-мя электронами от приложенного магнитного поля. Зависимости без учета (а, б) и с учетом (в, г, д) спин-орбитального взаимодействия. Толстыми линиями в зависимости (а, в) отмечены энергетические уровни, участвующие в поглощении. Площадь окружностей в зависимости (б, г, д) пропорциональна интенсивности поглощения квантовой точки



**Рис. 5** – Зависимость полной энергии 5-и не взаимодействующих электронов (а, в) и спектра поглощения (б, г, д) InSb квантовой точкой с 5-ю электронами от приложенного магнитного поля. Зависимости без учета (а, б) и с учетом (в, г, д) спин-орбитального взаимодействия. Толстыми линиями в зависимости (а, в) отмечены энергетические уровни, участвующие в поглощении. Площадь окружностей в зависимости (б, г, д) пропорциональна интенсивности поглощения квантовой точки

$|0, -1, -1\rangle$ . Изменение основного электронного уровня, при увеличении магнитного поля, привело к изменению спектра поглощения рис. 4г, д. Как видно с рис. 4е, за счет СО взаимодействия при  $B \approx 0.2T$  линии спектра поглощения не только скачкообразно меняют свое положение (частоту поглощения), но и интенсивность поглощения.

Аналогичная картина возникает при рассмотрении КТ заполненной пятью электронами (рис. 5). При рассмотрении электронного спектра КТ без учета СО взаимодействия (рис. 5а) видно, что при зна-

чении магнитного поля  $B \approx 2.6T$  нижние электронные уровни пересекаются. Данное пересечение влечет за собой скачкообразное изменение энергии поглощения внешнего электромагнитного излучения квантовой точкой при переходе через критическое значение магнитного поля (рис. 5б). При учете СО взаимодействия на энергетическом спектре КТ возникает еще одно пересечение нижних уровней при  $B \approx 0.8T$  (рис. 5в). СО взаимодействие также повлияло и на пересечение рассмотренное ранее на рис. 5а данное пересечение сместилось в область меньших полей

$B \approx 2.4T$  (рис 5в). Изменение основного электронного уровня привело к изменению спектра поглощения рис. 5б, г, д. Как видно, для линии спектра поглощения наблюдаются изменения, аналогичные тем, что происходили в КТ заполненных 4-мя электронами.

#### 4. ВЫВОДЫ

Были теоретически изучены энергетические спектры и магнитооптические переходы невзаимодействующих электронов в параболической InSb квантовой точке, содержащих до пяти электронов. Расчеты проведены при учете влияния спин-орбитального взаимодействия и внешнего магнитного поля. При рассмотрении квантовой точки с одним электроном видно, что СО взаимодействия снимает вырождение при  $B = 0T$  линий оптического спектра поглощения. Для случая трех невзаимодействующих электронов в квантовой точке, СО взаимодействия не только частично снимает вырождение при  $B = 0 T$

линий спектра поглощения, но и приводит возникновению пересечения спектральных линий при  $B \approx 0.2T$  и  $B \approx 2.3T$ . При рассмотрении квантовой точки с четырьмя или пятью невзаимодействующими электронами основное состояние энергетических уровней электрона изменяется со сменой величины приложенного магнитного поля. Эти изменения приводят к скачкообразному изменению как частоты, так и интенсивности поглощения квантовой точки. Так, в результате влияния СО взаимодействия на КТ с четырьмя электронами две линии в спектре поглощения, при  $B \approx 0.2T$  заменяются двумя другими спектральными линиями (меняется как интенсивность поглощения, так и частота). Схожая ситуация для КТ с пятью электронами. Смена линий поглощения вызванное СО взаимодействием происходит при  $B \approx 0.8T$ .

Экспериментальное наблюдение этих оптических свойств может быть очень важным шагом в изучении управления спиновой динамикой электронов в квантовых структурах посредством спин-орбитального взаимодействия.

### Effect of Spin-orbit Interaction on the Magneto-optical Spectra of InSb Quantum Dots

O.S. Bauzha

*Taras Shevchenko National University of Kyiv, 64/13, Vladimir Str., 01033 Kiev, Ukraine*

The work presents the theoretical calculations of the dependences of the energy levels and the electron absorption spectra in a parabolic quantum dot on the applied magnetic field. Effect of the spin-orbit interaction in the calculations was taken into account. Spin-orbit interaction gives rise to a leap dependence of the absorption frequency of quantum dots on the applied magnetic field.

**Keywords:** Spin-orbit interaction, Quantum dot, Absorption spectra.

### Вплив спін-орбітальної взаємодії на магніто-оптичні спектри InSb квантових точок

О.С. Баужа

*Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Вул. Володимирська 64/13, 01033 Київ, Україна*

У роботі проведено теоретичні розрахунки залежностей енергетичних рівнів і спектрів поглинання електронів в параболическій квантовій точці від прикладеного магнітного поля. При розрахунках було враховано вплив спін-орбітальної взаємодії. Спін-орбітальна взаємодія призводить до виникнення стрибкоподібної залежності частоти поглинання квантових точок від прикладеного магнітного поля.

**Ключові слова:** Спін-орбітальна взаємодія, Квантова точка, Спектр поглинання.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Y. Nishi, P.A. Maksym, D.G., T. Hatano, L.P. Kouwenhoven, H. Aoki, S. Tarucha, *Phys. Rev. B* **74**, 033306 (2006).
2. Stephanie M. Reimann, Matti Manninen *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1283 (2002).
3. В.А. Николюк, И.В. Игнатъев, *ФИП* **41** № 12, 1443 (2007) (V.A. Ignatiev, I.V. Nikolyyuk, *Semiconductors* **41**, 1422 (2007)).
4. A. Beckel, A. Kurzmann, M. Geller, A. Ludwig, A.D. Wieck, J.A. Lorke, *Europhys. Lett.* **106** No 4, 47002 (2014).
5. K. Wang, C. Payette, Y. Dovzhenko, P.W. Deelman, J.R. Petta, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 046801 (2013).
6. R. Hanson, L.P. Kouwenhoven, J.R. Petta, S. Tarucha, L.M.K. Vandersypen, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 1217 (2007).
7. P. Pietilainen, T. Chakraborty *Phys. Rev. B* **73**, 155315 (2006).
8. T. Chakraborty, P. Pietilainen *Phys. Rev. Lett.* **95**, 136603 (2005).
9. M.S. Skolnick, D.J. Mowbray, *Physica E* **21**, 155 (2004).
10. A.J. Shields, R.M. Stevenson, R.M. Thompson, Z. Yuan, B.E. Kardynal, *Nano-Physics & Bio-Electronics: A New Odyssey, Ref. 1, Chap. 4.* (2002).
11. *Semiconductor Spintronics and Quantum Computation* (Ed. by D.D. Awschalom, D. Loss, N. Samarth) (Springer, Berlin: 2002).
12. D. Grundler, *Phys. World* **15** No 4, 39 (2002).
13. S.A. Wolf, D.D. Awschalom, R.A. Buhrman, J.M. Daughton, et al., *Science* **294**, 1488 (2001).

14. O. Voskoboynikov, C.P. Lee, O. Tretyak, *Phys. Rev. B* **63**, 165306 (2001).
15. Guido A. Intronati, Pablo I. Tamborenea, Dietmar Weinmann, Rodolfo A. Jalabert, *Phys. Rev. B* **88**, 045303 (2013).
16. W.H. Kuan, C.S. Tang, W. Xu, *J. Appl. Phys.* **95**, 6368 (2004).
17. J.H. Cremers, P.W. Brouwer, V.I. Falko, *Phys. Rev. B* **68**, 125329 (2003).
18. M. Valin-Rodriguez, A. Puente, L. Serra, *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems*, **34** No 3, 359 (August 2003).
19. T. Chakraborty, P. Pietilainen, *Phys. Rev. B* **71**, 113305 (2005).
20. D. Grundler, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 6074 (2000).
21. Y. Sato, T. Kita, S. Gozu, S. Yamada, *J. Appl. Phys.* **89**, 8017 (2001).
22. E.A. de Andrada e Silva, G.C. La Rocca, F. Bassani, *Phys. Rev. B* **55** No 24, 16293 (1997).
23. A.V. Moroz, C.H.W. Barnes, *Phys. Rev. B* **61**, R2464 (2000).
24. L.I. Magarill, A.V. Chaplik, *Zh. Eks. Teor. Fiz.* **88** No 4, 815 (1999).
25. L.M. Roth, B. Lax, S. Zwerdling, *Phys. Rev.* **114**, 90 (1959).
26. G. Bastard, *Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures* (Les Edition de Physique: Les Ulis: 1990).
27. P. Junker, U. Kops, U. Merkt, T. Darnhofer, U. Rossler, *Phys. Rev. B* **49**, 4794 (1994).