ЖУРНАЛ НАНО- ТА ЕЛЕКТРОННОЇ ФІЗИКИ
Том **6** № 2, 02011(5cc) (2014)
JOURNAL OF NANO- AND ELECTRONIC PHYSICS
Vol. **6** No 2, 02011(5pp) (2014)

Вклад магнитного поля вихревых токов в параметр затухания Гильберта

С.И. Денисов, Т.В. Лютый, А.В. Бабич, Б.А. Педченко

Сумский государственный университет, ул. Римского-Корсакова, 2, 40007 Сумы, Украина

(Получено 29.01.2014; опубликовано online 20.06.2014)

Изучается роль магнитного поля вихревых токов, которые индуцируются в проводящих однодоменных частицах сферической формы, в динамике намагниченности. Для описания динамического поведения намагниченности и электромагнитного поля, генерируемого изменяющейся во времени намагниченностью, используется связанная система уравнений Ландау-Лифшица-Гильберта (ЛЛГ) и Максвелла. Полагая, что направление намагниченности изменяется во времени произвольно, найдено решение уравнений Максвелла в квазистационарном приближении и вычислено среднее (по объему частицы) магнитное поле вихревых токов. Рассматривая это поле как дополнительный вклад в эффективное магнитное поле, действующее на магнитный момент частицы, получено уравнение ЛЛГ, в котором влияние вихревых токов полностью учитывается путем введения дополнительного параметра затухания Гильберта электродинамического происхождения.

Ключевые слова: Проводящие однодоменные частицы, Уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта, Уравнения Максвелла, Квазистационарное приближение, Вихревые токи, Параметр затухания Гильберта.

PACS numbers: 75.78. – n, 41.20. – q

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение магнитных свойств однодоменных ферромагнитных частиц и их ансамблей представляет собой важную научную проблему. С теоретической точки зрения интерес к таким частицам обусловлен существованием в них таких фундаментальных физических эффектов, как, например, квантовое туннелирование магнитного момента [1], стохастический резонанс [2], прецессионное переключение намагниченности [3, 4] и переключение микроволновым излучением [5, 6]. С другой стороны, однодоменные частицы находят практическое применение (или имеют большой потенциал применения) в устройствах со сверхплотной записью информации [7, 8], спинтронике [9, 10], биомедицине [11-13] и др.

Если энергия обменного взаимодействия в ферромагнетике существенно превышает магнитную, тогда длину вектора намагниченности можно считать постоянной величиной. В этом случае зависимость направления вектора намагниченности от координат и времени часто описывают уравнением Ландау-Лифшица (ЛЛ) [14] или эквивалентным ему, но более предпочтительным с физической точки зрения уравнением Ландау-Лифшица-Гильберта (ЛЛГ) [15]. (В дальнейшем, учитывая эквивалентность этих уравнений, будем говорить об уравнении ЛЛГ, даже если в оригинальных работах использовалось уравнение ЛЛ.) При достаточно малых (нанометровых) размерах ферромагнитных частиц в них реализуется однодоменное состояние, характеризуемое однородным распределением намагниченности. Как следствие, уравнение ЛЛГ сильно упрощается, благодаря чему его широко используют для изучения нелинейной динамики намагниченности в однодоменных частицах [16].

Поскольку рассматриваемые частицы имеют нанометровые размеры, в описании их магнитных свойств важную роль могут играть тепловые флуктуации. Для их учета в работе [17] предложено использовать уравнение ЛЛГ с эффективным магнитным полем, содержащим случайный (векторный) процесс типа белого шума. Этот подход, позволяющий использовать мощные методы уравнений Ланжевена и Фоккера-Планка, оказался настолько плодотворным, что в настоящее время стохастическое уравнение ЛЛГ стало одним из основных инструментов исследования магнитных флуктуаций (см., например, [18]). В частности, в рамках данного подхода нами изучен ряд эффектов в системах однодоменных частиц, существование которых непосредственно связано с тепловыми флуктуациями [19-24].

В последнее время большое внимание уделяется исследованию нанокомпозитных материалов [25, 26], в том числе тех, которые содержат однодоменные *металлические* частицы. Динамика намагниченности в таких частицах уже не описывается обычным уравнением ЛЛГ, поскольку в эффективном магнитном поле, действующем на атомные магнитные моменты, необходимо учитывать магнитное поле вихревых токов, которые индуцируются изменяющейся во времени магнитной индукцией. Хорошо известно (см., например, [27]), что в этом случае уравнение ЛЛГ должно рассматриваться совместно с уравнениями Максвелла. Отсюда, используя качественные соображения, нетрудно найти порядок величины магнитного поля вихревых токов и оценить его влияние на динамику намагниченности. Аналитическое же определение этого поля представляет собой достаточно серьезную проблему. Насколько нам известно, наиболее полно эта проблема проанализирована в работе [28] в рамках квазистационарного приближения. Однако авторы [28] использовали дополнительное упрощающее предположение, которое не позволило им найти неоднородное магнитное поле вихревых токов внутри частицы и получить точное выражение для параметра затухания Гильберта электродинамического происхождения. Поскольку точный учет эффектов проводимости может иметь принципиальное значение для корректного описания динамики намагниченности в проводящих частицах (см. ниже), нахождение индукционного электромагнитного поля приобретает особую актуальность. Аналитическому решению этой проблемы и посвящена данная работа.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

В данной работе рассматриваются ферромагнитные частицы сферической формы, радиус R которых предполагается настолько малым (его верхняя граница обычно не превышает несколько десятков нанометров), что в них реализуется однодоменное состояние. В простейшем случае это состояние может быть охарактеризовано постоянным по величине вектором намагниченности $\mathbf{M} = \mathbf{M}(t)$ ($|\mathbf{M}| = M = \text{const}$), направление которого изменяется со временем согласно уравнению ЛЛГ [29]

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \frac{\alpha}{M} \mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt}. \qquad (2.1)$$

Здесь $\gamma(> 0)$ – гиромагнитное отношение, $\alpha(> 0)$ – параметр затухания Гильберта, $\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_{\text{eff}}(t)$ – эффективное магнитное поле, действующее на вектор $\mathbf{M}$, знак $\times$ обозначает векторное произведение. Для проводящих частиц эффективное магнитное поле можно записать в виде

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\frac{\partial W_a}{\partial \mathbf{M}} + \overline{\boldsymbol{\mathcal{H}}}, \qquad (2.2)$$

где W_a – объемная плотность энергии магнитной анизотропии,

$$\overline{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \frac{1}{V} \int_V d\mathbf{r}\, \boldsymbol{\mathcal{H}}(\mathbf{r}, t) \qquad (2.3)$$

– усредненное по объему частицы $V = (4\pi/3)R^3$ магнитное поле $\boldsymbol{\mathcal{H}}(\mathbf{r}, t)$ внутри частицы, $\mathbf{r}$ – радиус-вектор точки наблюдения в декартовой системе координат, начало которой совпадает с центром частицы. Поле $\boldsymbol{\mathcal{H}}(\mathbf{r}, t)$ удобно представить как сумму магнитного поля $\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ вихревых токов, индуцируемых изменяющейся магнитной индукцией $\mathbf{B}_0 = \mathbf{H}_d + 4\pi\mathbf{M}$ ($\mathbf{H}_d = -(4\pi/3)\mathbf{M}$ – размагничивающее магнитное поле внутри сферической частицы), и внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_0(t)$, модифицированного магнитными полями вихревых токов. При $|\mathbf{H}_0| \ll |\mathbf{B}_0|$ этими полями можно пренебречь, поэтому можем записать $\overline{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \overline{\mathbf{H}} + \mathbf{H}_0$. Вводя далее эффективное магнитное поле

$$\mathbf{H}_{\text{eff}}^{(0)} = -\frac{\partial W_a}{\partial \mathbf{M}} + \mathbf{H}_0 \qquad (2.4)$$

для непроводящих частиц, уравнение ЛЛГ (2.1) перепишем в виде

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma \mathbf{M} \times (\mathbf{H}_{\text{eff}}^{(0)} + \overline{\mathbf{H}}) + \frac{\alpha}{M} \mathbf{M} \times \frac{d\mathbf{M}}{dt}. \qquad (2.5)$$

Таким образом, в рассматриваем приближении все особенности динамики намагниченности в проводящих частицах обусловлены влиянием усредненного магнитного поля $\overline{\mathbf{H}}$. Однако, поскольку согласно закону электромагнитной индукции $\overline{\mathbf{H}}$ зависит от $d\mathbf{M}/dt$, уравнение (2.5) не является замкнутым. Поэтому в общем случае, когда $\overline{\mathbf{H}}$ определяется всеми индукционными токами, протекающими в частице, это уравнение должно решаться совместно с уравнениями Максвелла. В то время как численное решение системы уравнений ЛЛГ и Максвелла не вызывает принципиальных затруднений (см., например, [30,31]), аналитическое определение усредненного магнитного поля вихревых токов представляет определенную проблему. Нам известна лишь одна работа [28], в которой система уравнений Максвелла в квазистационарном приближении решается аналитически для сферической ферромагнитной частицы. Авторы данной работы вычислили магнитное поле вихревых токов $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ в центре частицы ($\mathbf{r} = \mathbf{0}$) и предположили, что $\overline{\mathbf{H}} = \mathbf{H}(\mathbf{0}, t)$. Однако, как будет показано ниже, $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ сильно зависит от $\mathbf{r}$, и $\mathbf{H}(\mathbf{0}, t)$ дает лишь качественную оценку усредненного магнитного поля $\overline{\mathbf{H}}$.

Для количественного нахождения $\overline{\mathbf{H}}$ мы будем использовать систему уравнений Максвелла в квазистационарном приближении [32]. Внутри шара (когда $r = |\mathbf{r}| \le R$) эта система уравнений имеет вид

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{H} + \mathbf{B}_0), \qquad \operatorname{div} \mathbf{E} = 0,$$
$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \qquad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0, \qquad (2.6)$$

где $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ – напряженность индукционного электрического поля, c – скорость света, $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$ – плотность электрического тока, σ – проводимость частицы. Для простоты здесь предполагается, что магнитная проницаемость частицы, а также магнитная и диэлектрическая проницаемости окружающей среды равны единице. В принципе для нахождения электромагнитного поля во всем пространстве система уравнений (2.6) должна быть дополнена системой уравнений Максвелла для квазистационарного поля при $r > R$ и соответствующими граничными условиями. Однако в дальнейшем мы убедимся, что в рассматриваемом случае усредненное магнитное поле $\overline{\mathbf{H}}$ вихревых токов внутри частицы может быть определено непосредственно из (2.6).

В квазистационарном приближении частота электромагнитного поля ω должна удовлетворять условиям $\omega \ll c/R$ и $\omega \ll \sigma$. Первое из этих условий обеспечивает малость изменения поля в области частицы, а второе позволяет пренебречь током смещения $(1/4\pi)\partial\mathbf{E}/\partial t$ по сравнению с током проводимости $\mathbf{j}$. Предполагая, что σ имеет смысл стационарной проводимости, мы должны потребовать выполнения дополнительного условия $\omega \ll 1/\tau_0$, где τ_0 – время свободного пробега электронов в проводнике (обычно при комнатной температуре $\tau_0 \sim 10^{-13}$ с). Поскольку рассматриваются однодоменные частицы ($R < 10^2$ нм) хороших проводников ($\sigma \sim 10^{16} - 10^{18}\ \text{с}^{-1}$), имеет место условие $\min\{c/R, \sigma, 1/\tau_0\} = 1/\tau_0$, согласно которому уравнения Максвелла в форме (2.6) справедливы при $\omega\tau_0 \ll 1$.

При выполнении этого условия первое уравнение в (2.6) допускает дальнейшее упрощение. Действительно, принимая во внимание, что $|\mathbf{H}| \sim \omega\sigma R^2 M/c^2$, получаем следующую оценку: $|\mathbf{H}|/|\mathbf{B}_0| \sim \omega\tau_0\eta$ ($\eta = \sigma R^2/\tau_0 c^2$). Так как $\max\eta \sim 1$ и $\omega\tau_0 \ll 1$, отсюда следует, что полем $\mathbf{H}$ можно пренебречь по сравнению с $\mathbf{B}_0$. Учитывая также, что $\mathbf{B}_0 = (8\pi/3)\mathbf{M}$ и $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$, уравнения (2.6) при $\omega\tau_0 \ll 1$ сводятся к

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{8\pi}{3c}\frac{d\mathbf{M}}{dt}, \qquad \operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \qquad (2.7a)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \frac{4\pi\sigma}{c}\mathbf{E}, \qquad \operatorname{div} \mathbf{H} = 0. \qquad (2.7b)$$

Основное преимущество уравнений (2.7) состоит в том, что уравнения (2.7a) для индукционного электрического поля не зависят от напряженности магнитного поля индукционных токов. Это позволяет решить сначала уравнения (2.7a), а затем, воспользовавшись уравнениями (2.7b), определить $\mathbf{H}$.

3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

3.1 Индукционное электрическое поле

Индукционное электрическое поле, порождаемое изменяющейся во времени намагниченностью, определяется уравнениями (2.7а). Принимая во внимание соотношение $\mathrm{rot}(\mathbf{a}\times\mathbf{r}) = 2\mathbf{a}$, где $\mathbf{a}$ – не зависящий от пространственных переменных вектор, решение уравнений (2.7а), в котором отсутствует выделенное направление, можно искать в виде $\mathbf{E} = \mathbf{a}\times\mathbf{r}$. В этом случае второе уравнение в (2.7а) удовлетворяется тождественно, а первое дает $\mathbf{a} = -(4\pi/3c)d\mathbf{M}/dt$. Таким образом, индукционное электрическое поле внутри проводящей сферической частицы дается формулой

$$\mathbf{E} = -\frac{4\pi}{3c}\frac{d\mathbf{M}}{dt}\times\mathbf{r}. \tag{3.1}$$

Согласно (3.1), векторное уравнение для силовых линий этого поля, $d\mathbf{r}\times\mathbf{E} = 0$, эквивалентно следующим двум скалярным уравнениям:

$$d\mathbf{r}\cdot\frac{d\mathbf{M}}{dt} = 0, \qquad d\mathbf{r}\cdot\mathbf{r} = 0, \tag{3.2}$$

где $d\mathbf{r}$ – дифференциал радиус-вектора $\mathbf{r}$, описывающего какую-либо линию поля, точка обозначает скалярное произведение. Первое уравнение в (3.2) показывает, что линии поля лежат в плоскостях, перпендикулярных вектору $d\mathbf{M}/dt$, а второе, – что линии поля представляют собой концентрические окружности, центры которых находятся на прямой, проходящей через начало координат (центр частицы) в направлении вектора $d\mathbf{M}/dt$ (см. рис. 1). Такая структура линий поля означает, что граничное условие для плотности тока на поверхности частицы, $j_n = 0$ (индекс n обозначает нормальную компоненту вектора $\mathbf{j}$), выполняется автоматически.

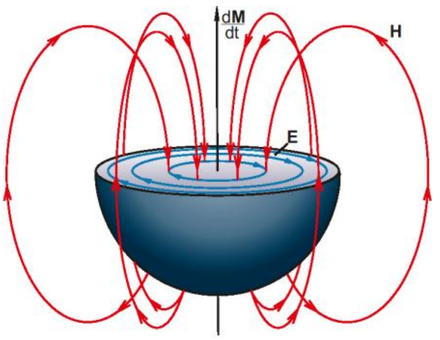

Рис. 1 – Схематическое изображение силовых линий электрического поля, индуцируемого изменяющейся во времени намагниченностью, и силовых линий магнитного поля вихревых токов, генерируемых индукционным электрическим полем. Для наглядности показаны лишь силовые линии электрического поля, лежащие в диаметральной плоскости, и силовые линии магнитного поля, пересекающие ее на фиксированном расстоянии от центра частицы.

3.2 Магнитное поле вихревых токов

Внутри частицы магнитное поле вихревых токов, которые индуцируются электрическим полем (3.1), удовлетворяет системе уравнений (2.7b), а вне частицы – той же системе уравнений с $\sigma = 0$. Решение этих уравнений будем искать в виде $\mathbf{H} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$, где $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ – векторный потенциал магнитного поля. Полагая, что потенциал имеет кулоновскую калибровку, $\mathrm{div}\,\mathbf{A} = 0$, и учитывая, что в этом случае $\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\mathbf{A} = -\Delta\mathbf{A}$ (Δ – оператор Лапласа), получаем векторное уравнение Пуассона

$$\Delta\mathbf{A} = \frac{16\pi^2\sigma}{3c^2}H(R-r)\frac{d\mathbf{M}}{dt}\times\mathbf{r} \tag{3.3}$$

($H(x) = 0$ при $x < 0$ и $H(x) = 1$ при $x \geq 0$), определяющее векторный потенциал во всем пространстве.

Хорошо известно (см., например, [33]), что частное решение этого уравнения, исчезающее при $r\to\infty$, имеет следующий вид:

$$\mathbf{A} = -\frac{4\pi\sigma}{3c^2}\frac{d\mathbf{M}}{dt}\times\int_V\frac{\mathbf{r}'d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}. \tag{3.4}$$

Векторная функция координат, задаваемая объемным интегралом

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}) = \int_V\frac{\mathbf{r}'d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}, \tag{3.5}$$

может быть легко вычислена. Для этого перепишем искомый интеграл в сферической системе координат, а ось z прямоугольной системы координат направим вдоль вектора $\mathbf{r}$. В этом случае $\mathbf{r} = r\mathbf{e}_z$ ($\mathbf{e}_z$ – единичный вектор вдоль оси z) и формула (3.5) сводится к

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}) = 2\pi\mathbf{e}_z\int_0^R\int_0^\pi\frac{r'^3\sin\theta\cos\theta\,dr'd\theta}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\theta}}. \tag{3.6}$$

Далее, вводя новую переменную интегрирования $x = \cos\theta$ и используя табличный интеграл [34]

$$\int\frac{xdx}{\sqrt{ax+b}} = \frac{2(ax-2b)}{3a^2}\sqrt{ax+b},$$

находим

$$\int_0^\pi\frac{\sin\theta\cos\theta d\theta}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\theta}} = \frac{2}{3}\begin{cases} r'/r^2 & (r'\leq r)\\ r/r'^2 & (r' > r).\end{cases} \tag{3.7}$$

Отсюда, проинтегрировав в (3.6) по r', приходим к следующему представлению функции $\mathbf{I}(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{I}(\mathbf{r}) = \frac{2\pi}{15}\mathbf{r}\begin{cases} 5R^2-3r^2 & (r\leq R)\\ 2R^5/r^3 & (r > R),\end{cases} \tag{3.8}$$

в соответствии с которым из (3.4) получаем

$$\mathbf{A} = -\frac{8\pi^2\sigma}{45c^2}\frac{d\mathbf{M}}{dt}\times\mathbf{r}\begin{cases} 5R^2-3r^2 & (r\leq R)\\ 2R^5/r^3 & (r > R).\end{cases} \tag{3.9}$$

Наконец, воспользовавшись формулой $\mathbf{H} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$ и легко проверяемым соотношением

$$\mathrm{rot}[f(r)\,\mathbf{a}\times\mathbf{r}] = \left(2f(r) + r\frac{df(r)}{dr}\right)\mathbf{a} - \frac{1}{r}\frac{df(r)}{dr}(\mathbf{a}\cdot\mathbf{r})\mathbf{r}$$

($f(r)$ – произвольная функция r, вектор $\mathbf{a}$ не зависит от пространственных переменных), находим напряженность магнитного поля вихревых токов как внутри частицы ($r\leq R$),

$$\mathbf{H} = -\frac{16\pi^2\sigma}{45c^2}\left[(5R^2-6r^2)\frac{d\mathbf{M}}{dt} + 3\left(\frac{d\mathbf{M}}{dt}\cdot\mathbf{r}\right)\mathbf{r}\right], \tag{3.10}$$

так и снаружи частицы ($r > R$),

$$\mathbf{H} = \frac{16\pi^2\sigma R^5}{45c^2r^3}\left[\frac{d\mathbf{M}}{dt} - \frac{3}{r^2}\left(\frac{d\mathbf{M}}{dt}\cdot\mathbf{r}\right)\mathbf{r}\right]. \qquad (3.11)$$

Последний результат, магнитное поле снаружи частицы, можно также представить как магнитное поле точечного диполя

$$\mathbf{H} = -\frac{1}{r^3}\boldsymbol{\mu} + \frac{3}{r^5}(\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{r})\mathbf{r}, \qquad (3.12)$$

где

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{16\pi^2\sigma R^5}{45c^2}\frac{d\mathbf{M}}{dt} \qquad (3.13)$$

– дипольный магнитный момент частицы, обусловленный протекающими в ней вихревыми токами, которые порождаются изменяющейся во времени намагниченностью $\mathbf{M}$. Отметим также, что магнитные поля (3.10) и (3.11) обладают вращательной симметрией относительно (мгновенной) оси, проходящей через начало координат параллельно вектору $d\mathbf{M}/dt$ (см. рис. 1).

4. ЭФФЕКТИВНОЕ УРАВНЕНИЕ ЛЛГ

Теперь, используя (3.10), мы можем найти среднее по объему частицы магнитное поле вихревых токов $\bar{\mathbf{H}} = (1/V)\int_V d\mathbf{r}\,\mathbf{H}$. Учитывая, что

$$\frac{1}{V}\int_V d\mathbf{r} = 1, \quad \frac{1}{V}\int_V d\mathbf{r}\, r^2 = \frac{3}{5}R^2,$$

$$\frac{1}{V}\int_V d\mathbf{r}\left(\frac{d\mathbf{M}}{dt}\cdot\mathbf{r}\right)\mathbf{r} = \frac{1}{5}R^2\frac{d\mathbf{M}}{dt} \qquad (4.1)$$

(эти интегралы легко вычислить, переходя к сферическим координатам), для искомого среднего поля получаем следующее выражение:

$$\bar{\mathbf{H}} = -\frac{32\pi^2\sigma R^2}{45c^2}\frac{d\mathbf{M}}{dt}. \qquad (4.2)$$

В соответствии с правилом Ленца направление этого поля противоположно направлению вектора $d\mathbf{M}/dt$. Следует также отметить, что вследствие неоднородности магнитного поля вихревых токов, значение поля в центре частицы заметно превышает среднее ние: $|\mathbf{H}(\mathbf{0},t)|/|\bar{\mathbf{H}}| = 2.5$.

Наконец, подставив среднее поле (4.2) в уравнение (2.5), приходим к эффективному уравнению ЛЛГ

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma\mathbf{M}\times\mathbf{H}_{\text{eff}}^{(0)} + \frac{\alpha+\alpha_\sigma}{M}\mathbf{M}\times\frac{d\mathbf{M}}{dt}, \qquad (4.3)$$

описывающему динамику намагниченности в проводящих сферических частицах, находящихся в однодоменном состоянии. Согласно этому уравнению влияние проводимости на динамику намагниченности полностью учитывается путем введения дополнительного (по отношению к параметру затухания Гильберта α) параметра затухания Гильберта

$$\alpha_\sigma = \frac{32\pi^2\sigma R^2\gamma M}{45c^2} \qquad (4.4)$$

электродинамического происхождения. Подчеркнем, что этот результат получен при использовании условия квазистационарности электромагнитного поля и приближения статической проводимости, которые, как было установлено во втором разделе, выполняются при $\omega \ll 1/\tau_0 \sim 10^{13}$ с$^{-1}$. Это означает, что, поскольку собственная частота прецессии намагниченности ферромагнитных частиц обычно не превышает 10^{11} с$^{-1}$, эффективное уравнение ЛЛГ (4.3) применимо в широком частотном интервале, включая область ферромагнитного резонанса.

Обсудим в заключение, насколько важным является учет проводимости при описании динамики намагниченности. Из уравнения (4.3) видно, что этот учет необходим, если электродинамический параметр затухания α_σ сравним или превышает параметр затухания α. В зависимости от материала частицы и характера магнитной динамики величина последнего параметра лежит обычно в интервале от 10^{-4} до 10^{-1} (например, в гранатах $\alpha \sim 10^{-4} - 10^{-3}$). В качестве иллюстрации найдем α_σ для частиц железа. Полагая, что (в системе СГС) $\sigma = 10^{18}$ с$^{-1}$, $4\pi M = 2.2\cdot 10^4$ Гс и $\gamma = 1.76\cdot 10^7$ с$^{-1}\times$ Гс$^{-1}$, из (4.4) получаем $\alpha_\sigma \approx 2.4\cdot 10^{-6}R^2$, где R измеряется в нанометрах. Так, например, если $R = 10$ нм, тогда $\alpha_\sigma \approx 2.4\cdot 10^{-4}$. Приведенные оценки показывают, что параметры затухания α_σ и α могут быть одного порядка и, следовательно, в таких случаях для описания динамики намагниченности необходимо использовать эффективное уравнение ЛЛГ (4.3).

Данная работа поддержана МОН Украины, проект № 0112U001383.

5. ВЫВОДЫ

Изучено влияние проводимости однодоменных ферромагнитных частиц сферической формы на динамику их намагниченности. Рассмотрение проведено в рамках модели, использующей связанную систему уравнений Ландау-Лифшица-Гильберта и Максвелла. Связь между этими уравнениями осуществляется благодаря тому, что в уравнении ЛЛГ эффективное магнитное поле содержит усредненное (по объему частицы) магнитное поле вихревых токов, которое определяется из уравнений Максвелла. В свою очередь, уравнение Максвелла, описывающее закон электромагнитной индукции Фарадея, содержит намагниченность, динамика которой подчиняется уравнению ЛЛГ. Важная особенность уравнений Максвелла, записанных в квазистационарном приближении, состоит в том, что эти уравнения для рассматриваемой геометрии задачи могут быть решены в общем случае произвольной зависимости направления намагниченности от времени. Это позволило найти точное выражение для магнитного поля вихревых токов во всем пространстве и рассчитать его среднее значение в области частицы. Наконец, используя последний результат, получено эффективное уравнение ЛЛГ, описывающее динамику намагниченности в проводящих однодоменных частицах, в котором влияние вихревых токов полностью учитывается посредством введения дополнительного параметра затухания Гильберта. Анализ использованных приближений показал, что это уравнение описывает как медленно, так и быстро изменяющиеся процессы, характерные частоты которых не превышают 10^{13} с$^{-1}$.

Contribution of the Magnetic Field of Eddy Currents to the Gilbert Damping Parameter

S.I. Denisov, T.V. Lyutyy, H.V. Babych, B.O. Pedchenko

Sumy State University, 2, Rimsky Korsakov Str., 40007 Sumy, Ukraine

We study the role of the magnetic field of eddy currents, which are induced in conducting single-domain particles of spherical form, in the magnetization dynamics. To describe the dynamic behavior of magnetization and electromagnetic field generating by the time-dependent magnetization, we use the coupled system of the Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) and Maxwell equations. Assuming that the magnetization direction depends on time in an arbitrary way, we find the solution of the Maxwell equations in the quasi-stationary approximation and calculate the averaged (over the particle volume) magnetic field of eddy currents. Considering this field as an extra contribution to the effective magnetic field acting on the particle magnetic moment, we derive the LLG equation in which the influence of eddy currents is completely accounted for by introducing an additional Gilbert damping parameter of electrodynamic origin.

Keywords: Conducting single-domain particles, Landau-Lifshitz-Gilbert equation, Maxwell equations, Quasi-stationary approximation, Eddy currents, Gilbert damping parameter.

Вклад магнітного поля вихрових струмів у параметр загасання Гільберта

С.І. Денисов, Т.В. Лютий, Г.В. Бабич, Б.О. Педченко

Сумський державний університет, вул. Римського-Корсакова, 2, 40007, Суми, Україна

Вивчається роль магнітного поля вихрових струмів, що індукуються в провідних однодоменних частинках сферичної форми, в динаміці намагніченості. Для опису динамічної поведінки намагніченості та електромагнітного поля, яке генерується змінною у часі намагніченістю, використовується зв'язана система рівнянь Ландау-Ліфшиця-Гільберта (ЛЛГ) і Максвелла. Вважаючи, що напрямок намагніченості довільно змінюється з часом, знайдено розв'язок рівнянь Максвелла у квазістаціонарному наближенні та розраховано середнє (за об'ємом частинки) магнітне поле вихрових струмів. Розглядаючи це поле як додатковий вклад в ефективне магнітне поле, що діє на магнітний момент частинки, отримано рівняння ЛЛГ, в якому вплив вихрових струмів повністю враховується шляхом введення додаткового параметра загасання Гільберта електродинамічного походження.

Ключові слова: Провідні однодоменні частинки, Рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта, Рівняння Максвелла, Квазістаціонарне наближення, Вихрові струми, Параметр загасання Гільберта.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. E.M. Chudnovsky, J. Tejada, *Macroscopic Quantum Tunneling of the Magnetic Moment* (Cambridge University Press, Cambridge, 1998).
2. L. Gammaitoni, P. Hänggi, P. Jung, F. Marchesoni, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 223 (1998).
3. M. Bauer, J. Fassbender, B. Hillebrands, R.L. Stamps, *Phys. Rev. B* **61**, 3410 (2000).
4. S. Kaka, S.E. Russek, *Appl. Phys. Lett.* **80**, 2958 (2002).
5. C. Thirion, W. Wernsdorfer, D. Mailly, *Nature Mater.* **2**, 524 (2003).
6. G. Woltersdorf, C.H. Back, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 227207 (2007).
7. C.A. Ross, *Annu. Rev. Mater. Res.* **31**, 203 (2001).
8. B.D. Terris, T. Thomson, *J. Phys. D* **38**, R199 (2005).
9. I. Žutić, J. Fabian, S. Das Sarma, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 323 (2004).
10. S. Maekawa (Ed.) *Concepts in Spin Electronics* (Oxford University Press: Oxford: 2006).
11. Q.A. Pankhurst, J. Connolly, S.K. Jones, J. Dobson, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **36**, R167 (2003).
12. R. Hergt, S. Dutz, R. Müller, M. Zeisberger, *J. Phys.: Condens. Matter.* **18**, S2919 (2006).
13. S. Laurent, D. Forge, M. Port, A. Roch, C. Robic, L. Vander Elst, R.N. Muller, *Chem. Rev.* **108**, 2064 (2008).
14. L. Landau, E. Lifshitz, *Phys. Z. Sowjetunion* **8**, 153 (1935).
15. T.L. Gilbert, *IEEE Trans. Magn.* **40**, 3443 (2004).
16. G. Bertotti, I. Mayergoyz, C. Serpico, *Nonlinear Magnetization Dynamics in Nanosystems*(Elsevier, Oxford, 2009).
17. W.F. Brown Jr., *Phys. Rev.***130**, 1677 (1963).
18. W.T. Coffey, Yu.P. Kalmykov, J.T. Waldron, *The Langevin Equation*, 2nd ed. (World Scientific, Singapore, 2004).
19. S.I. Denisov, K.N. Trohidou, *Phys. Rev. B* **64**, 184433 (2001).
20. S.I. Denisov, T.V. Lyutyy, K.N. Trohidou, *Phys. Rev. B* **67**, 014411 (2003).
21. S.I. Denisov, T.V. Lyutyy, P. Hänggi, K.N. Trohidou, *Phys. Rev. B* **74**, 104406 (2006).
22. S.I. Denisov, T.V. Lyutyy, P. Hänggi, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 227202 (2006).
23. S.I. Denisov, K. Sakmann, P. Talkner, P. Hänggi, *Phys. Rev. B* **75**, 184432 (2007).
24. S.I. Denisov, A.Yu. Polyakov, T.V. Lyutyy, *Phys. Rev. B* **84**, 174410 (2011).
25. S.S. Ray, M. Okamoto, *Prog. Polym. Sci.* **28** 1539 (2003).
26. F. Hussain, M. Hojjati, M. Okamoto, R.E. Gorga, *J. Compos. Mater.* **40**, 1511 (2006).
27. G. *Bertotti*, *Hysteresis in Magnetism* (Academic Press, San Diego, 1998).
28. E. Martinez, L. Lopez-Diaz, L. Torres, *J. Appl. Phys.* **99**, 123912 (2006).
29. M. Lakshmanan, *Phil. Trans. R. Soc. A* **369**, 1280 (2011).
30. I.D. Mayergoyz, C. Serpico, Y. Shimizu, *J. Appl. Phys.* **87**, 5529 (2000).
31. I. Cimrák, *Arch. Comput. Methods Eng.* **15**, 277 (2008).
32. L.D. Landau, E.M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, 2nd ed. (Pergamon Press: Oxford: 1984).
33. A.D. Polyanin, *Handbook o fLinear Partial Differential Equations for Engineers and Scientists*(Chapman & Hall/CRC Press: Boca Raton: 2002) Problem 8.2.2-1.
34. A.P. Prudnikov, Yu.A. Brychkov, O.I. Marichev, *Integrals and Series*, Vol. 1 (Gordon & Breach: New York: 1986).