

Учет пространственной неоднородности температуры в синергетической модели граничного трения

Я.А. Ляшенко*, Н.Н. Манько

Сумский государственный университет, ул. Римского-Корсакова, 2, 40007 Сумы, Украина

(Получено 11.03.2013; в отредактированной форме – 13.10.2013; опубликовано online 17.10.2013)

В работе проводится дальнейшее развитие синергетической модели, описывающей состояние ультратонкого слоя смазочного материала, зажато между двумя атомарно-гладкими твердыми поверхностями, работающими в режиме граничного трения. При реализации численной процедуры решения одномерного дифференциального уравнения в частных производных, которая позволяет проследить эволюцию трибологической системы, получено и описано распределение напряжений по толщине смазки. Построены профили напряжений на разных временах и показана эволюция системы к стационарному состоянию. Прослежена зависимость этого состояния от температуры и показано, что с ростом температуры увеличивается относительная скорость сдвига трущихся поверхностей.

Ключевые слова: Граничное трение, Сила трения, Сдвиговые напряжения и деформации, Плавление, Явная двухслойная разностная схема.

PACS numbers: 05.70.Ln, 47.15.gm, 62.20.Qp,
68.35.Af, 68.60. – p

1. ВВЕДЕНИЕ

Процессы граничного трения, которые протекают в наноразмерных трибологических системах [1-4], в последнее время вызывают интерес у многих теоретиков и экспериментаторов. В частности, рассматриваются атомарно-гладкие твердые поверхности при наличии ультратонкого слоя однородного смазочного материала, при их относительном движении с фиксированным расстоянием между поверхностями. Это вызвано частым использованием таких систем для построения высокоточного оборудования и приборов [5]. Как известно, наноразмерные системы проявляют аномальные свойства по отношению к обычным макроскопическим узлам трения. Большинство работ, посвященных данной теме, имеют фундаментальный характер [6-8], что позволяет продвигаться в понимании таких систем. Ультратонкие слои по отношению к объемным смазкам имеют другие температуры плавления и затвердевания, немонотонную зависимость силы трения от скорости, что вызвано возможностью смазки пребывать в нескольких структурных состояниях, и т.д.

Фундаментом для создания разнообразных теоретических моделей, описывающих процессы граничного трения [6, 7, 9-12], стало достаточное количество экспериментальных работ. Необходимо учитывать, что на наноразмерные системы влияют малейшие изменения как внутренних (тип смазки [2], структура поверхностей трения [13], давление и т.д.), так и внешних (нагрузка на поверхности, скорость сдвига, тип трибологической системы) параметров. Однако на сегодняшний день, несмотря на сложность исследования нанотрибологических систем [14], экспериментальные работы предоставляют исчерпывающую информацию о таких основных свойствах, как толщина смазки (количество молекулярных смазочных слоев), температура, внешняя нагрузка, эффективная вязкость, упругие и вязкие компоненты сдвиго-

вых напряжений, и т.п. [5]. В связи с этим появляется большое количество феноменологических моделей, одна из которых (синергетическая) получила свое развитие в работах [15-17].

В рамках синергетического представления граничного трения с помощью системы трех дифференциальных уравнений для напряжений, деформации и температуры смазочного слоя описано нетривиальное поведение смазки, при взаимном перемещении трущихся поверхностей [15-17]. Предлагаемая работа посвящена дальнейшему развитию модели, и в ней изучается временная зависимость поведения системы с учетом неоднородного распределения температуры по толщине смазки.

2. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ТРИБОЛОГИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Система основных уравнений с учетом неоднородности температуры имеет вид [4, 16]:

$$\tau_{\sigma} \dot{\sigma} = -\sigma + g\varepsilon, \quad (1)$$

$$\tau_{\varepsilon} \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T-1)\sigma, \quad (2)$$

$$\tau_T \dot{T} = \nabla^2 T + (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2, \quad (3)$$

где σ – сдвиговая компонента напряжений, возникающих в смазке, ε – сдвиговая компонента относительных деформаций, T – температура смазки, T_e – температура поверхностей трения (температура термостата). Здесь также введены константа $g < 1$, численно равная отношению модуля сдвига смазки к его характерному значению, и времена релаксации напряжений, деформации и температуры τ_{σ} , τ_{ε} и τ_T .

В работах [15-17] показано, что нулевые стационарные напряжения σ_0 соответствуют твердopodobной структуре смазки, а при $\sigma_0 \neq 0$ смазка плавится и переходит в жидкоподобное состояние. Одной из

* nabla04@ukr.net

причин этого является то, что согласно обобщенной на граничный режим диаграмме Герси-Штрибека [18], с увеличением вязких напряжений σ_v растет относительная скорость сдвига трущихся поверхностей

$$V = \sigma_v h / \eta_{eff}, \quad (4)$$

где h – толщина слоя смазки, η_{eff} – эффективная вязкость. Поскольку в предлагаемой модели напряжения σ представляют сумму вязкой и упругой компонент [16], а в слое жидкоподобной смазки преобладают вязкие напряжения, с ростом σ возрастает скорость движения сдвигаемых поверхностей, что соответствует кинетическому режиму скольжения и жидкоподобной структуре смазки. При значении $\sigma = 0$ поверхности трения не движутся, что соответствует их «прилипанию» за счет затвердевания межповерхностного смазочного слоя. Данные выводы подтверждаются как теоретически [6], так и экспериментально [3].

Система уравнений (1)-(3) описывает особенности поведения трибологической системы, работающей в режиме граничного трения, которая показана на рис. 1 [19].

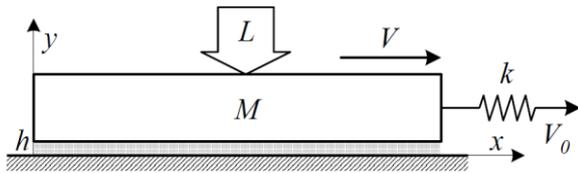


Рис. 1 – Механический аналог трибологической системы

Здесь представлена система, состоящая из пружины с жесткостью k , которая связана с блоком массы M , расположенным на гладкой поверхности, от которой он отделен слоем смазки толщиной h . К блоку приложена дополнительная нормальная нагрузка L . Свободный конец пружины приводится в движение с постоянной скоростью V_0 . Отметим, что система, приведенная на рис. 1, исследовалась как экспериментально, так и в рамках двух термодинамических моделей [12, 21, 20], основывающихся на теории фазовых переходов Ландау, а также в рамках стохастической модели, учитывающей взаимодействие поверхностей [7]. Причем модель, разработанная в работе [12], в отличие от [21], явным образом учитывает влияние внешней нагрузки L .

3. ПРОСТРАНСТВЕННОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ

В работе [4] уравнения (1)-(3) в рамках однододового приближения в адиабатическом пределе $\tau_\epsilon, \tau_T \ll \tau_\sigma$ сводятся к единственному уравнению Гинзбурга-Ландау вида

$$\tau_\sigma \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \nabla^2 \sigma - \frac{\partial E}{\partial \sigma}, \quad (5)$$

где потенциал E дается выражением

$$E = [1 + g(1 - T_e)] \frac{\sigma^2}{2} + (1 - 2g) \frac{\sigma^4}{4}. \quad (6)$$

В [4] уравнение (5) решается аналитически точно в стационарном случае $\dot{\sigma} = 0$. Здесь приведем численную процедуру решения этого уравнения, что позволяет проследить эволюцию системы. Производная от потенциала E , взятая со знаком минус, дает термодинамическую силу $f(\sigma)$:

$$f(\sigma) = -[1 + g(1 - T_e)] \sigma - (1 - 2g) \sigma^3. \quad (7)$$

Уравнение (5) представляет собой одномерное параболическое уравнение. Численно его можно решать с помощью применения явной и неявной (см. рис. 2) двухслойных разностных схем.

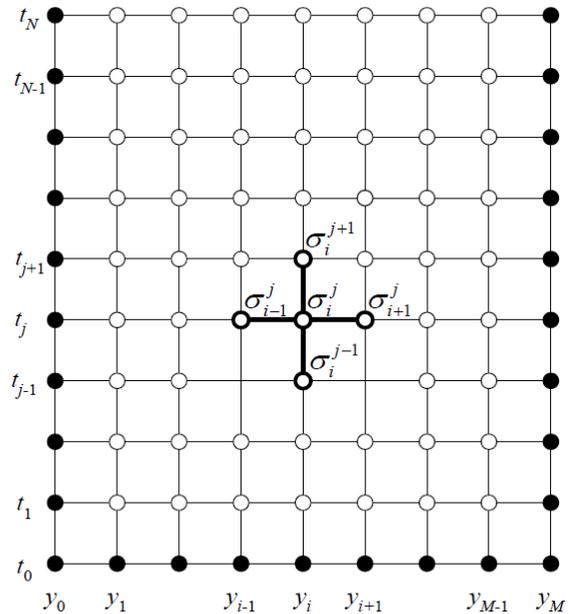


Рис. 2 – Сетка, демонстрирующая разбиение пространства для решения дифференциального уравнения (5)

При этом вся интересующая нас пространственно-временная область разбивается сеткой. Расчет производится до времени t_N , а координата $y \in [0, y_M]$. Черные точки на рисунке – необходимые для решения начальные и граничные условия, выбирающиеся из физического представления задачи.

При использовании явной схемы производные аппроксимируются как показано на рисунке:

$$\nabla^2 \sigma \equiv \frac{\partial^2 \sigma}{\partial y^2} = \frac{\sigma_{i+1}^j - 2\sigma_i^j + \sigma_{i-1}^j}{H^2}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\sigma_i^{j+1} - \sigma_i^j}{\Delta}, \quad (9)$$

где $\Delta = t_N / N$ – шаг по времени, $H = y_M / M$ – шаг по координате (расстояние между узлами сетки по вертикали и горизонтали).

Окончательное соотношение примет вид:

$$\sigma_i^{j+1} = \sigma_i^j + \frac{\Delta}{\tau_\sigma H^2} [\sigma_{i+1}^j - 2\sigma_i^j + \sigma_{i-1}^j + H^2 f(\sigma_i^j)], \quad (10)$$

где сила $f(\sigma_i^j)$ определяется выражением (7).

Если используется неявная схема, вторая производная (8) остается неизменной, а (9) заменяется выражением (см. рис. 2):

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{\sigma_i^j - \sigma_i^{j-1}}{\Delta}. \quad (11)$$

Выражение, с помощью которого находятся значения σ_i^j , можно представить в виде

$$\sigma_i^j - \frac{\Delta H^2 f(\sigma_i^j)}{\tau_\sigma H^2 + 2\Delta} = \frac{\tau_\sigma H^2 \sigma_i^{j-1} + \Delta [\sigma_{i+1}^j + \sigma_{i-1}^j]}{\tau_\sigma H^2 + 2\Delta}. \quad (12)$$

С помощью этого выражения получаем систему уравнений для всех временных слоев, где в каждом уравнении σ_i^j выражается через σ_{i+1}^j . Сила $f(\sigma_i^j)$ определяется выражением (7), где помимо линейного присутствует кубическое слагаемое $(\sigma_i^j)^3$. Поэтому для каждого временного слоя получаем систему кубических уравнений относительно σ_i^j , в которую линейно входит σ_{i+1}^j . Решение этой системы является довольно трудоемким процессом, поэтому в данной работе для анализа будем использовать только явную двухслойную разностную схему.

Система уравнений (10) содержит $N(M-1)$ уравнений и позволяет найти значения σ_i^{j+1} , зная набор значений на предыдущем временном слое σ_i^j . В дополнение к (10) необходим набор начальных условий

$$\sigma_i^0 = \phi_i, \quad i = 0, 1, \dots, M, \quad (13)$$

в момент времени $t = 0$, которые дают $(M+1)$ уравнений, а также граничные условия

$$\sigma_0^j = \mu_j, \quad \sigma_M^j = \nu_j, \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (14)$$

дающие $2N$ уравнений. Таким образом, общее количество уравнений (10), (13), (14) равно количеству неизвестных (узлов решетки) $(M+1)(N+1)$.

При движении поверхностей трения согласно уравнению (5) в однородном случае ($\nabla^2 \equiv 0$) устанавливается стационарное значение напряжений σ_0 , следующее из условия $\partial E / \partial \sigma = 0$ [4]:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{gT_e - g - 1}{1 - 2g}}, \quad g < 0.5. \quad (15)$$

Рассмотрим два наиболее распространенных случая. В первом из них верхняя поверхность движется в одну сторону со скоростью V , а нижняя с такой же скоростью движется в противоположном направлении. При этом напряжения у верхней поверхности будут равны σ_0 , поскольку они задают скорость движения. Ввиду симметрии задачи напряжения вблизи нижней поверхности будут равны $-\sigma_0$, а посере-

дине между поверхностями напряжения будут равны нулю. Поэтому выберем начальные условия согласно соотношению

$$\sigma_i^0 = -\sigma_0 + \frac{2i\sigma_0}{M}, \quad i = 0, 1, \dots, M, \quad (16)$$

а граничные – согласно

$$\sigma_0^j = -\sigma_0, \quad \sigma_M^j = \sigma_0, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (17)$$

В случае, когда нижняя поверхность жестко закреплена и не движется, а с фиксированной скоростью сдвигается только верхняя, напряжения у верхней поверхности равны σ_0 , а вблизи нижней поверхности равны нулю. В этом случае начальные условия можно представить в виде

$$\sigma_i^0 = \frac{i\sigma_0}{M}, \quad i = 0, 1, \dots, M, \quad (18)$$

а граничные

$$\sigma_0^j = 0, \quad \sigma_M^j = \sigma_0, \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (19)$$

Будем измерять координату y в единицах толщины смазки h , тогда нижней поверхности отвечает значение $y_0 = 0$, а верхней – $y_M = 1$. Теперь система уравнений является замкнутой, и может быть решена.

Выберем для решения шаг временной сетки $\Delta = 10^{-6}$, а шаг по координате $H = 0.01$. Таким образом, координата делится на $M = 100$ частей. На рис. 3 показан результат решения указанных уравнений. Рис. 3а соответствует сдвигу поверхностей в противоположных направлениях, на рис. 3б сдвигается только верхняя поверхность, а нижняя недвижима. На обоих рисунках приведены результаты для 4-х последовательных моментов времени. Штриховая кривая на рис. 3а представляет собой начальные условия (16), т.е. представляет распределение напряжений в момент времени $t = 0$. Далее приведены кривые для моментов времени на 500 временном слое, 1500 и 100000. Что при учете шага интегрирования по времени Δ дает $t = 0.0005, 0.0015, 0.1$. Последняя кривая с дальнейшим ростом времени не изменяется, т.е. она представляет устанавливающееся стационарное значение распределения напряжений по толщине смазки (см. [4]).

На рис. 3б штриховая кривая представляет начальные условия (18), т.е. показывает распределение напряжений в начальный момент времени $t = 0$. Далее приведены кривые для моментов времени на 1000 временном слое, 2000 и 100000. Что соответствует временам $t = 0.001, 0.002, 0.1$. Последняя кривая с дальнейшим ростом времени не изменяется, т.е. представляет устанавливающееся стационарное значение распределения напряжений по толщине смазки. Зависимость, полученная в [4] для стационарного распределения напряжений, по форме совпадает с результатами этой работы. Однако, поскольку тут дифференциальное уравнение решается численно, появляется возможность рассматривать временную эволюцию распределения напряжений, как это показано на рис. 3.

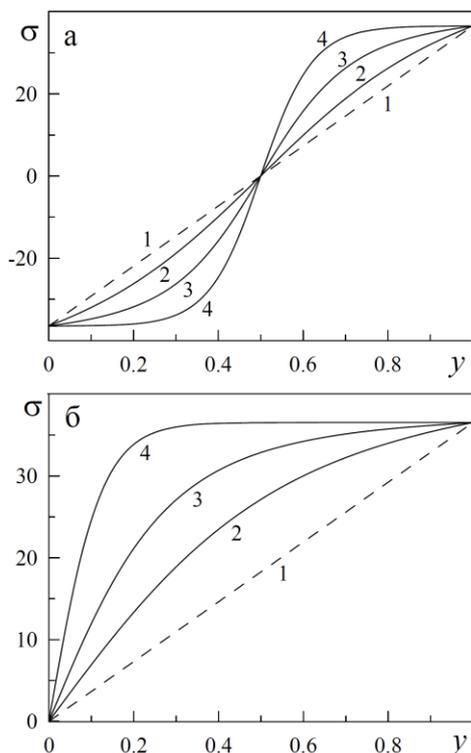


Рис. 3 — Профиль напряжений, полученный при численном решении уравнений при параметрах $g = 0.45$, $T_e = 300$, $\tau_\sigma = 0.2$: а – при начальных условиях (16) и граничных (17); б – при начальных условиях (18) и граничных (19)

На рис. 4 показаны устанавливающиеся по толщине смазки профили напряжений σ при увеличивающейся температуре поверхностей T_e в двух рассматриваемых случаях (при различных начальных и граничных условиях). Рис. 4а соответствует начальным и граничным условиям рис. 3а, а рис. 4б построен при начальных и граничных условиях рис. 3б. Профили получены для 500000 временного слоя, что при выбранном Δ соответствует времени $t = 0.5$. Видно, что с ростом температуры T_e увеличиваются напряжения (15) на краях, что приводит к движению с большей скоростью V . Это, в свою очередь, приводит к более выраженной разнице между напряжениями в верхнем и нижнем координатных слоях.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа посвящена дальнейшему развитию синергетической модели, описывающей состояние ультратонкого слоя смазочного материала, зажатого между атомарно-гладкими твердыми поверхностями, в процессе граничного трения. Проведен анализ одномерного параболического уравнения с помощью численных методов. Применение неявной

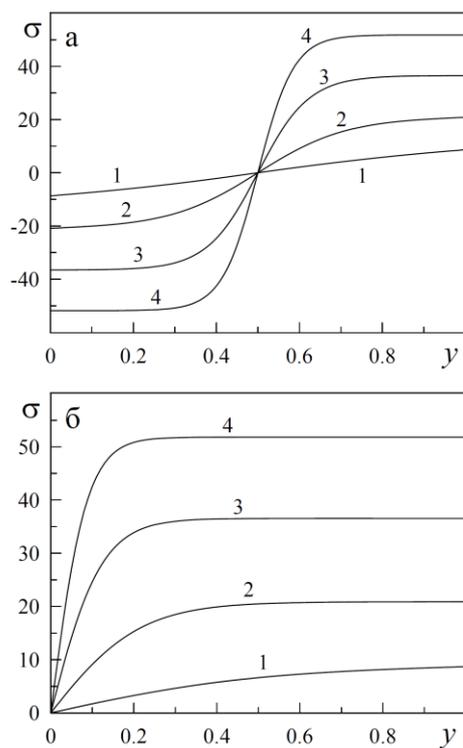


Рис. 4 — Стационарный профиль напряжений, полученный при $T_e = 20, 100, 300, 600$: а и б – при начальных и граничных условиях, соответствующих рис. 3а и рис. 3б

двухслойной разностной схемы для данной задачи оказывается трудоемким процессом, поэтому в работе приведено только аналитическое представление этой схемы, без ее практического применения. С помощью явной двухслойной разностной схемы проведен численный анализ и построены рисунки профилей напряжений, которые отображают разные временные слои и устанавливающиеся стационарные значения. Рассматривается случай, когда верхняя и нижняя поверхности движутся с одинаковыми по значению и противоположно направленными скоростями, а также когда нижняя поверхность недвижима, и по ней скользит верхняя. Также проведен анализ стационарного распределения напряжений в смазке в зависимости от значения температуры поверхностей трения. Установлено, что с ростом температуры становится более выраженной разница между напряжениями в верхнем и нижнем координатных слоях.

Работа частично выполнена при поддержке МОНМС Украины в рамках проекта “Моделирование трения металлических наночастиц и граничных пленок жидкостей, которые взаимодействуют с атомарно-гладкими поверхностями”, № 0112U001380. Работа также поддержана стипендией КМУ.

Врахування просторової неоднорідності температури в синергетичній моделі межового тертя

Я.О. Ляшенко, Н.М. Манько

Сумський державний університет, вул. Римського-Корсакова, 2, 40007 Суми, Україна

У роботі проводиться подальший розвиток синергетичної моделі, яка описує стан ультратонкого шару мастильного матеріалу, затиснутого між двома атомарно-гладкими твердими поверхнями, що працюють в режимі межового тертя. При реалізації чисельної процедури розв'язку одновимірного диференціального рівняння в часткових похідних, що дозволяє простежити еволюцію трибологічної системи, отримано та описано розподіл напружень по товщині мастила. Побудовано профілі напружень при різних значеннях часу і показана еволюція системи до стаціонарного стану. Простежено залежність цього стану від температури і показано, що з ростом температури збільшується відносна швидкість зсуву поверхонь тертя.

Ключові слова: Межове тертя, Сила тертя, Зсувні напруження і деформація, Плавлення, Явна двошарова різницева схема.

The Account of Spatial Inhomogeneity of the Temperature in the Synergetic Model of Boundary Friction

I.A. Lyashenko, N.N. Manko

Sumy State University, 2, Rimsky Korsakov Str., 40007 Sumy, Ukraine

The work presents the further development of the synergetic model describing the state of the ultrathin lubricant film clamped between two atomically smooth solid surfaces operating in the boundary friction mode. The stress distribution over the thickness of lubricant has been obtained and described during the implementation of the numerical procedure for solution of one-dimensional partial differential equation, which will trace the evolution of the tribological system. The stress profiles have been built at the different time moments and the system evolution to the steady state has been shown. The dependence of this state on the temperature has been observed, and it has been shown that the temperature growth causes the increase of the relative shear velocity of the friction surfaces.

Keywords: Boundary friction, Friction force, Shear stress and deformation, Melting, Explicit two-layer difference scheme.

REFERENCES

1. B.N.J. Persson, *Sliding Friction. Physical Principles and Applications* (Berlin: Springer-Verlag: 2000).
2. S. Lee, R. Iten, M. Müller, N.D. Spencer, *Macromolecules* **37**, 8349 (2004).
3. Yamada Shinji, *Langmuir* **21**, 8724 (2005).
4. A.V. Khomenko, *Visnyk Lviv Univ. Ser. Physic* **39**, 23 (2006).
5. J. Israelachvili, *Surf. Sci. Rep.* **14**, 109 (1992).
6. V.L. Popov, *Tech. Phys.* **46**, 605 (2001).
7. A.E. Filippov, J. Klafter, M. Urbakh, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 135503 (2004).
8. C.-R. Yang, Y.-C. Chiou, R.-T. Lee, *Tribol. Int.* **32**, 443 (1999).
9. S. Ciraci, A. Buldum, *Wear* **254**, 911 (2003).
10. O.M. Braun, N. Manini, *Phys. Rev. E* **83**, 021601 (2011).
11. A.I. Volokitin, B.N.J. Persson, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 094502 (2011).
12. I.A. Lyashenko, A.V. Khomenko, L.S. Metlov, *Tribol. Int.* **44**, 476 (2011).
13. V.I. Boiko, A.N. Vallyaev, A.D. Pogrebnyak, *Phys.-Usp.* **42**, 1139 (1999).
14. A.D. Pogrebnyak, A.G. Ponomarev, A.P. Shpak, Yu.A. Kunitskii, *Phys.-Usp.* **55**, 270 (2012).
15. A.V. Khomenko, I.A. Lyashenko, *J. Phys. Studies* **11**, 268 (2007).
16. A.V. Khomenko, I.A. Lyashenko, V.N. Borisyuk, *Ukr. J. Phys.* **54**, 1139 (2009).
17. A.V. Khomenko, I.A. Lyashenko, *J. Friction Wear* **31**, 308 (2010).
18. G. Luengo, J. Israelachvili, S. Granick, *Wear* **200**, 328 (1996).
19. I.A. Lyashenko, N.N. Manko, *J. Friction Wear* **34**, 38 (2013).
20. I.A. Lyashenko, *Tech. Phys.* **56**, 869 (2011).
21. I.A. Lyashenko, *Tech. Phys.* **57**, 17 (2012).