

PACS numbers: 72.15.Jf, 72.20.Pa, 85.80 – b

ФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ В АНІЗОТРОПНОМУ ТЕРМОЕЛЕМЕНТІ ТА ЇХ ОСОБЛИВОСТІ

В.М. Матієга, О.Г. Даналакій

Чернівецька філія Національного технічного університету
«Харківський політехнічний інститут»
вул. Головна, 203-а, 58018, Чернівці, Україна
E-mail: OGDanalaki@gmail.com

Досліджено ГТМ ХЕ поперечного типу та анізотропні термоелектричні холодильні елементи (АТ ХЕ) з теплотнімальною підкладкою і без неї, круглоциліндричні порожнисті ГТМ та АТ ХЕ, в основі яких лежить ідея про безпосередній тепловий контакт „гарячої” грані з холодо-агентом термостата.

***Ключові слова:* ТЕРМОЕЛЕМЕНТИ, ФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ, РОЗПОДІЛ ТЕМПЕРАТУРИ, ТЕРМОЕРС.**

(Одержано 24.07.2009, у відредагованій формі – 27.11.2009)

1. ВСТУП

Науковим напрямком даної статі є вивчення природи фізичних процесів в термоелектричних середовищах, які є основою винайдення оригінальних важливих з практичного погляду елементів та вивчення явищ, що в них протікають.

Незадовільними є висвітлення питань, пов'язаних з каскадуванням поперечних гальванотермомагнітних холодильних елементів (ГТМ ХЕ) та анізотропних термоелектричних холодильних елементів (АТ ХЕ). Ця ідея ґрунтується на припущеннях про одновимірність температури і постійність електричного поля, які одночасно виконати практично неможливо.

Подані в роботі результати фізичних досліджень спрямовані на висвітлення цих питань, є складовою частиною термоелектрики, носять оригінальний характер як з погляду явищ, так і з погляду практичного застосування.

Метою даної праці є, створення моделей нових поздовжніх та поперечних анізотропних і гальванотермомагнітних (ГТМ) елементів та дослідження фізичних процесів, що в них протікають; з'ясування можливостей покращення робочих характеристик стандартних поздовжніх термоелементів шляхом їх модернізації; з'ясування природи фізичних процесів в термоелементах з боковим теплообміном (ТБТ) та навантаженому АТЕ.

Для досягнення поставленої мети необхідно було вирішити наступні задачі:

1. На основі одновимірної температурної моделі за умови постійності густини електричного струму з погляду максимального перепаду температури проаналізувати роботу двокаскадного АТ ХЕ та узагальнити

одержані результати на випадок моделі багатокаскадного поперечного гальванотермомагнітного холодильника (ГТМХ) та анізотропного термоелектричного холодильника (АТХ);

2. Проаналізувати вплив анізотропії теплопровідності на поперечну термоерс анізотропного термоелемента за умови, що параметр анізотропії складає значну величину порівняно з одиницею;

3. Дослідити вихрові анізотропні термоелементи (ВАТ), фізичні процеси, що в них протікають.

Для досягнення поставленої мети та вирішення сформульованих задач використано основні положення термодинаміки термоелектричних явищ, методи математичної фізики.

В даній роботі розглядаються фізичні процеси в анізотропних термоелементах (АТЕ) з погляду одно та двовимірної температурної моделей, правомірність використання яких обґрунтовувалась у роботі [3]. Одновимірна температурна модель використовується при дослідженні роботи каскадованих АТХ, а двовимірна – при дослідженні впливу анізотропії теплопровідності на температурне поле АТЕ.

З погляду коефіцієнта корисної дії досліджено роботу навантаженого АТЕ.

2. АНІЗОТРОПНИЙ ТЕРМОЕЛЕМЕНТ В РЕЖИМІ ОХОЛОДЖЕННЯ

Принципова схема АТ ХЕ подана на рис. 1. В даній роботі наведено виклад результатів досліджень, які вперше були опубліковані в [1].

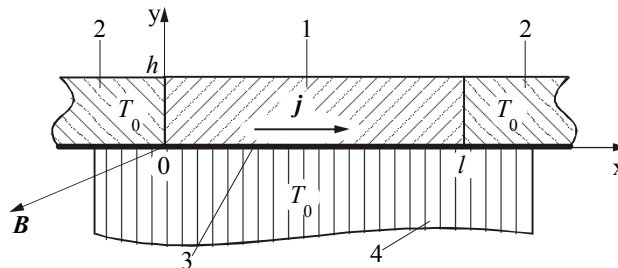


Рис. 1 – Схематичне представлення АТ ХЕ або ГТМ ХЕ, якщо зразок 1 знаходиться в магнітному полі, перпендикулярному до площини xy . Струмопідводи 2 виготовлені з металу (наприклад, міді) і контактують з термостатом 4 через тонкий діелектричний прошарок 3 з високою теплопровідністю

Якщо холодильний елемент (ХЕ) достатньо довгий, то можна вважати, що в середній його частині температура $T = T(y)$. Для складової електричного поля вздовж осі Ox можна записати

$$E_1 = \rho j + \alpha_{12} \partial T / \partial y$$

де ρ і α_{12} – поздовжній питомий опір і коефіцієнт поперечної термоЕРС, які вважаються постійними. У відповідності з рівнянням неперервності $j = j(y)$.

Вздовж осі Oy теж виникає електричне поле, обумовлене градієнтом температури:

$$E_1 = \alpha_{22} \partial T / \partial y$$

де α_{22} – коефіцієнт термоЕРС вздовж осі Oy який теж вважається постійним. Електричне поле повинно бути потенціальним, тобто

$$\frac{\partial E_1}{\partial y} = \frac{\partial E_2}{\partial x},$$

тому $E_1 = \text{const}$ оскільки E_2 від x не залежить. Отже доходимо висновку: якщо температура одновимірна, то $E_1 = \text{const}$. У цьому наближенні закон збереження енергії можна подати у вигляді

$$(1 + ZT) \frac{d^2 T}{dy^2} + Z \left(\frac{E_1}{\alpha_{12}} - \frac{dT}{dy} \right)^2 = 0, \quad (1)$$

де $Z = \alpha_{12}^2 / (\chi \rho)$ – анізотропна термоелектрична ефективність, ρ і χ – питомі електричний опір і теплопровідність вздовж осей x і y відповідно.

Рівняння (1) необхідно розглядати сумісно з граничними умовами:

$$\begin{aligned} T(0) &= T_0, \\ T(h) &= T_h. \end{aligned} \quad (2)$$

Загальний розв'язок рівняння (1) має вигляд [2]

$$\frac{1}{1 - ZT + Z(E_1 / \alpha_{12})y - A} + \ln(1 - ZT + (E_1 / \alpha_{12})y - A) = B, \quad (3)$$

де A і B – постійні інтегрування, які знаходяться за граничних умов (2). Вважатимемо, що верхня грань АТ ХЕ (рис. 2) адіабатично ізольована від зовнішнього середовища. Цього можна досягти, якщо холодильний елемент розташувати, наприклад, у вакуумі. Умова адіабатичної ізоляції така

$$-\chi \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=h} + \alpha_{12} j T_h = 0. \quad (4)$$

Використавши умови (2), (4), а також вираз (3), отримаємо рівняння

$$\frac{1 + ZT_0}{1 + ZT_0 + ZT_h - z(E_1 / \alpha_{12})h} + \ln(1 + ZT_0 + ZT_h - Z(E_1 / \alpha_{12})h) = 1 + ZT_h,$$

яке зв'язує T_h і E_1 . У загальному випадку воно не має аналітичного розв'язку відносно T_h . У випадку, коли $Z(T_0 - T_h) \ll 1$ з останнього рівняння отримаємо

$$T_h = T_0 - \frac{1}{Z} \left[1 + ZT_0 - \frac{1 + ZT_0}{1 - Z(E_1 / \alpha_{12})h} - \ln(1 - Z(E_1 / \alpha_{12})h) \right].$$

У цьому випадку оптимальне значення параметра $C = Z(E_1/\alpha_{12})/h$ складає величину $C = ZT_0$ тому мінімальна температура буде такою

$$T_h = T_{\min} = \frac{\ln(1 + ZT_0)}{Z}.$$

Якщо $ZT_0 \ll 1$ то $T_{\min} = T_0 - ZT_0^2 / 2$.

Наближення $j = const$ за одновимірною розподілу температури приводить до такого виразу для T_{\min} . [3]

$$T_{\min} = \frac{\sqrt{1 + ZT_0} - 1}{Z},$$

який справедливий для будь-якого Z . Для малих Z коли $2ZT_0 \ll 1$ отримаємо $T_{\min} = T_0 - ZT_0^2 / 2$. У роботі [3] перевага віддана наближенню $j = const$ яке легше здійснити експериментально.

3. СТАЦІОНАРНИЙ ТЕМПЕРАТУРНИЙ РЕЖИМ ДВОКАСКАДНОГО АНІЗОТРОПНОГО ТЕРМОЕЛЕМЕНТА В РЕЖИМІ ОХОЛОДЖЕННЯ

Вище зазначалось, що дослідження каскадування поперечних холодильників [4, 5] не достатньо переконливі: покладені в їх основу фізичні моделі окремого і каскадованого холодильника надто далекі від реальної ситуації. Окремі гальванотермомагнітні (ГТМ) або анізотропні термоелектричні елементів (АТЕ) прямокутної форми знаходяться один над одним. При цьому вважається, що тепло, яке виділяється кожним з елементів, є тепловим навантаженням ТЕ, що знаходиться під ним. При розрахунках максимального зниження температури робиться цілий ряд припущень, основними з яких є: до кожного з ХЕ прикладається одне і теж постійне електричне поле; між окремими термоелементами існує електричний контакт, який, як вважається, не впливає на розподіл струму і температури.

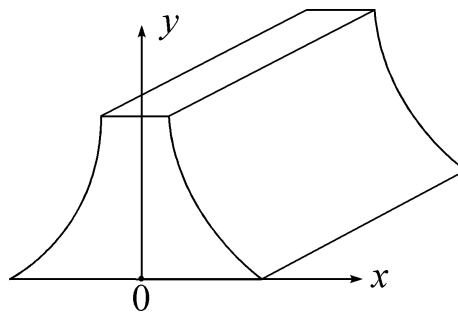


Рис. 2 – Каскадований поперечний ГТМ або АТЕ, що працює в режимі охолодження

Розрахунки, що проводяться на основі указаних спрощень, приводять до того, що максимальне зниження температури досягається за експоненціальної зміни бокових твірних в залежності від x (рис. 2).

Експерименти з гальванотермомагнітними (ГТМ) холодильниками показали, що дійсно експоненціальний поперечний переріз дає більш глибоке охолодження, ніж аналогічний ГТМ холодильник прямокутної форми. В [5] результати з досліджень каскадованого поперечного ГТМ холодильника узагальнені на випадок анізотропного термоелектричного холодильника (АТХ).

В роботі детально вивчається двокаскадний анізотропний термоелектричний (АТ) холодильник з погляду максимальної температури [6]. Принципова схема двокаскадного АТХ подана на рис. 3. Він складається

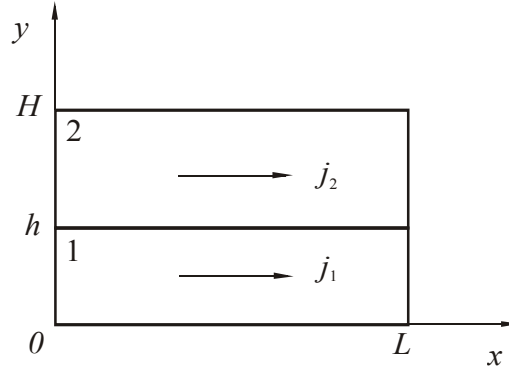


Рис. 3 – Принципова схема двокаскадного АТХ

з окремих анізотропних термоелектричних холодильних елементів (АТ ХЕ) 1 і 2, зі стикованих в тепловому відношенні так, що тепло, яке виділяється на нижній грані АТ ХЕ 2, є тепловим навантаженням АТ ХЕ 1. Електричного контакту між нижньою гранню АТ ХЕ 2 і верхньою гранню АТ ХЕ 1 немає. Разом з тим тепловий контакт між ними вважається ідеальним. В електричному відношенні АТ ХЕ 1 і АТ ХЕ 2 з'єднані так, як показано на рис.3.

Описана тут модель відрізняється від поданої в [5] тим, що по-перше, замість умови постійності електричного поля взята умова $j = const$. На перший погляд умова $E = const$ більш строга. Однак, цю умову на практиці здійснити важко. Умову $j = const$ виконати легше: для цього потрібно виготовити відповідні струмопідводи [3]. По-друге, каскадування, яке відоме з літератури [5], передбачає однаковість холодильних коефіцієнтів окремих ТЕ, що також не витримує критики.

Вибираючи АТ ХЕ 1 і АТ ХЕ 2 достатньо довгими, тобто поклавши $H/L \ll 1$ і $l/L \ll 1$, де h і $l = H - h$ – розміри ХЕ 1 і 2 вздовж осі y , L – вздовж x (рис. 4), можна вважати, що в середній частині АТЕ температура залежатиме лише від y . Вважатимемо також, що кінетичні коефіцієнти матеріалів АТЕ 1 і 2 не залежать від температури, – це припущення стверджується, якщо робочий інтервал температур не дуже широкий.

Узагальнене рівняння теплопровідності у стаціонарному випадку за умови, що густини струмів в ХЕ 1 і 2 постійні, запишемо у вигляді:

$$\frac{d^2 T_i}{dy^2} + b_i = 0, \quad (5)$$

де $i = 1, 2$ – номер ХЕ, $b_i = \rho_i j_i^2 / \chi_i$.

Граничні умови:

$$T_1(0) = T_0, \quad T_1(h) = T_h, \quad T_2(h) = T_h, \quad T_2(H) = T_H. \quad (6)$$

Загальний розв'язок рівняння (5) має вигляд

$$T_i(y) = -\frac{1}{2} b_i y^2 + A_i y + B_i, \quad (7)$$

де A_i та B_i – постійні інтегрування. Використавши граничні умови (6) і вираз (7), знайдемо вирази для розподілів температури в холодильних елементах:

$$T_1(y) = T_0 - \frac{1}{2} b_1 y^2 + \left(\frac{1}{2} b_1 h - \frac{T_0 - T_h}{h} \right) y,$$

$$T_2(y) = T_h - \frac{1}{2} b_2 y^2 + \left(\frac{1}{2} (H + h) - \frac{T_h - T_H}{l} \right) y - \frac{1}{2} b_2 H h - \frac{T_h - T_H}{l} h.$$

Температури T_h і T_H знайдемо за умов

$$-\frac{1}{2} b_1 h^2 - T_0 + T_H - a_1 h T_h = k \left(\frac{1}{2} b_1 l^2 - T_h + T_H - a_2 l T_h \right),$$

$$\frac{1}{2} b_2 + T_h - T_H + a_2 l T_H = 0,$$

де $a_i = \frac{\alpha_i j_i}{\chi_i}$, $k = \frac{\chi_2 h}{\chi_1 l}$, α_i – поперечна термоЕРС.

Ці умови означають, відповідно, неперервність теплового потоку на стику АТ ХЕ 1 і 2 і адиабатичну ізоляцію верхньої грані АТ ХЕ 2. З них знаходимо

$$T_H = \frac{1}{1 - a_2 l} \left(T_h + \frac{1}{2} b_2 l^2 \right), \quad (8)$$

$$T_h = \frac{\frac{1}{2} k b_2 l^2 + (1 - a_2 l) \left(T_0 + \frac{1}{2} k b_2 l^2 + \frac{1}{2} b_1 h^2 \right)}{1 - a_1 h (1 - a_2 l) - a_2 l (1 + k a_2 l)}. \quad (9)$$

Розглянемо далі два випадки.

1) $a_1 > 0$, $a_2 > 0$. Для того, щоб було охолодження, тобто щоб $T_H < T_0$, потрібно в (8) і (9) припустити, що $j_1 < 0$ і $j_2 < 0$, тобто спрямувати струми в від'ємному напрямку осі x . В цьому випадку можна говорити про “паралельне” з'єднання АТ ХЕ 1 і АТ ХЕ 2. Припустимо, що $k \ll 1$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, $\chi_1 = \chi_2 = \chi$. Тоді для T_H одержимо

$$T_H = \frac{T_0 + \frac{1}{2} \rho I_1^2 / (\chi c^2)}{1 + \alpha I_1 / (\chi c) + 2\alpha I_2 / (\chi c)} + \frac{\frac{1}{2} \rho I_2^2 / (\chi c^2)}{1 + \alpha I_1^2 / (\chi c)},$$

де I_1 та I_2 – сили струмів в АТ ХЕ 1 і АТ ХЕ 2, відповідно, c – товщина ХЕ. В останньому виразі знехтовано величинами другого порядку малості $\alpha I_1 / (\chi c)$, $\alpha I_2 / (\chi c)$ і $[\alpha I_2 / (\chi c)^2]k$. Подальші дослідження полягають у тому, щоб підібрати оптимальні струми I_1 і I_2 , які взагалі кажучи, мають бути різними. Для чисельної оцінки покладемо $I_1 = I_2 = I$. Покладемо також $\alpha = 10^{-4}$ В/К, $\chi = 10^{-2}$ Вт/(см·К), $\rho = 10^{-3}$ Ом·см, $c = 1$ см, $I = 10$ А, $T_0 = 300$ К, одержимо $T_H = 239$ К. Для однокаскадного АТ ХЕ у відповідності з формулою

$$T_{\min} = \frac{\sqrt{1 + ZT_0} - 1}{Z},$$

де $Z = \alpha^2 / (\chi \rho)$ – анізотропна термоелектрична добротність. При $Z = 10^{-3}$ К⁻¹ одержуємо $T_{\min} = 265$ К. Отже охолодження двокаскадного АТХ одержується більш глибоким.

2) $a_1 < 0$, $a_2 > 0$. В цьому випадку потрібно змінити напрямок струму в АТ ХЕ 1 на протилежний. Тут доречно говорити про “послідовне” з’єднання АТ ХЕ 1 і 2. Залишивши величини кінетичних коефіцієнтів, розміри і силу струму тими ж, що і в першому випадку, отримаємо $T_H \approx 239$ К.

Зауважимо, що приведені розрахунки покликані лише показати, що каскадування в випадку АТХ приводить до більш глибокого охолодження.

4. МОДЕЛЬ КАСКАДОВАНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНОГО ТА ГАЛЬВАНОТЕРМОМАГНІТНОГО ХОЛОДИЛЬНИКА

Каскадований поперечний холодильник складається з окремих прямокутних холодильних елементів (рис. 4), розміри яких підбираються так, щоб при їх розташуванні один над одним досягалось звичайне каскадне охолодження [4]. При цьому тепло, що виділяється на гарячій грані кожного з елементів, є тепловим навантаженням для ТЕ, що знаходиться під ним.

Електрична частина каскадованого холодильника така: вважається, що окремі ТЕ холодильника знаходяться не лише в ідеальному тепловому контакті між собою, але і в електричному. Електричний контакт, як вважається в цитованих роботах, не впливає на розподіл потенціалів і температури і дає змогу використати єдине джерело живлення для всіх ТЕ. Така ідея каскадування приводить до того, що поперечний холодильник повинен мати бічні грані у вигляді спеціальних поверхонь. Експериментальні дослідження показують, що такий холодильник має право на існування: він дає, наприклад, більш глибоке охолодження ніж аналогічний холодильник прямокутної форми [7, 8]. Однак при аналізі моделі каскадованого поперечного холодильника постає ряд запитань, які приводять до сумнівів щодо її правильності.

Умова постійності електричного поля в каскадах не буде виконуватись оскільки такі ХЕ при їх виготовленні вимагають масивних струмопідводів, які виконуються із матеріалу з високою електропровідністю, а значить і високою теплопровідністю, що неминуче приведе до теплової взаємодії з оточуючим середовищем. Ця взаємодія в свою чергу спотворить розподіл температури в ХЕ, тобто розподіл перестане бути одновимірним, що в свою чергу приведе до порушення умови постійності електричного поля, а значить і заперечення ідеї каскадування.

Каскадування може бути більш близьким до реальності, якщо окремі прямокутні ТЕ електрично ізольовані один від одного і разом з тим знаходяться в ідеальному тепловому контакті один з одним. При цьому, умова $j_i = const$ виконуватиметься краще, ніж умова $E_i = const$. Причому струми в кожному з ТЕ незалежні один від одного. Схема каскадування може бути представлена наступним чином. На (рис. 4) подана середня частина (поперечний переріз) достатньо довгого холодильника, для якої температура одновимірна, тобто залежить лише від y . Для кожного з ТЕ густина струму своя j_k . Тоді за умови, що кінетичні коефіцієнти $\alpha_{12} = \alpha$, $\chi_{22} = \chi$, $\rho_{11} = \rho$ – постійні, задача виглядатиме для АТХ так

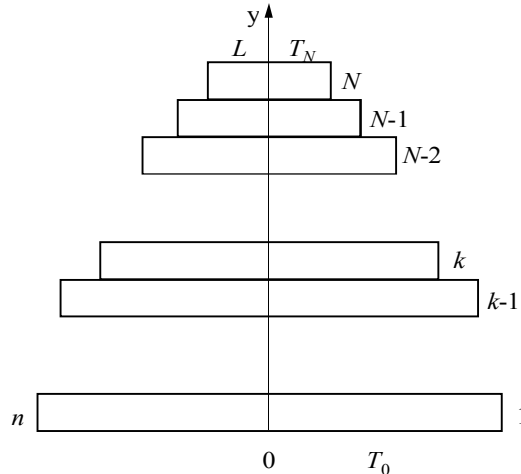


Рис. 4 – Принципова схема каскадованого АТХ

$$\frac{d^2 T_k}{dy^2} + b_k = 0, \tag{10}$$

де T_k – температура в k -ому ТЕ, $b_k = \rho_k j_k^2 / \chi_k$.

Рівняння (10) потрібно розв'язувати за граничних умов

$$T_1(0) = T_0, \quad T_1(N) = T_N, \tag{11}$$

до яких необхідно долучити умови зшивання температур і теплових потоків на стиках між ХЕ. Так, наприклад, між $k - 1$ і k ТЕ тепловий потік і температура мають бути неперервними, що математично виражатиметься умовами:

$$\left(-\chi_{k-1} \frac{dT_{k-1}}{dy} + \alpha_{k-1} T_{k-1} j_{k-1}\right) S_{k-1} = \left(-\chi_k \frac{dT_k}{dy} + \alpha_k T_k j_k\right) S_k, \quad T_{k-1} = T_k, \quad (12)$$

де S_k – площа основи k -го термоелемента.

Таких умов має бути стільки, скільки стиків. Різниця між S_k і S_{k-1} приведе до того, що бокові поверхні будуть мати якусь форму відмінну від плоскої.

З наведеного видно, що ця задача не проста і розв'язується тим складніше, чим більше буде окремих ХЕ. На мою думку, запропонована модель більш коректно описує реальну фізичну ситуацію.

Указану задачу, очевидно, потрібно розв'язувати за допомогою комп'ютера, задаючи при цьому площі S_k , матеріальні константи та струми. Якщо udało скласти програму, то комп'ютерний розрахунок може привести до максимального перепаду температури при підібраних оптимальних струмах в окремих ХЕ.

Експериментальне втілення запропонованого каскадового холодильника – непроста задача: потрібно забезпечити надійні теплові контакти між окремими ТЕ, а також незалежне їх живлення.

Як відомо, на практиці можна обмежитись не дуже великим числом каскадів, так як це робиться для звичайних холодильників Пельтьє.

5. ВИСНОВКИ

1. З погляду одновимірної температурної моделі за умови постійності електричного струму в окремих анізотропних термоелектричних холодильних елементів знайдено максимальний перепад температури двокаскадного анізотропного холодильника. Результати розрахунків узагальнено на випадок багатоскладного анізотропного холодильника.
2. Досліджено вплив великої анізотропії теплопровідності на температурне поле анізотропного термоелемента в залежності від його розмірів та величини перепаду температури.

PHYSICAL PROCESSES IN AN ANISOTROPIC THERMOELEMENT AND THEIR FEATURES

V.M. Matyega, O.G. Danalakiy

National Technical University “Kharkov Polytechnic Institute”
Chernivtsi Department
203-a, Holovna Str., 58018, Chernivtsi, Ukraine
E-mail: OGDanalaki@gmail.com

The transverse-type galvamothersmagnetic cooling elements and anisotropic thermoelectric cooling elements with and without heat pick-up pad, round-cylinder hollow galvanothermothersmagnetic cooling elements and anisotropic cooling elements whose operating principle is based on the idea of direct thermal contact between the “hot” surface and thermostat cooling agent are investigated.

Keywords: THERMOELEMENT, DISTRIBUTION OF TEMPERATURE, THERMO-E.M.F, PHYSICAL PROCESSES.

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В АНИЗОТРОПНОМ ТЕРМОЭЛЕМЕНТЕ И ИХ ОСОБЕННОСТИ

Матиега В. М., Даналакий О. Г.

Черновецкий филиал Национального технического университета
«Харьковский политехнический институт»
ул. Главная, 203а, 58018, Черновцы, Украина
E-mail: OGDanalaki@gmail.com

Всесторонне рассмотрены ГТМ ХЭ поперечного типа и АТ ХЭ с теплосъемной подложкой и без нее, полые круглоцилиндрические ГТМ и АТ ХЭ, в основе которых лежит идея о непосредственном контакте „горячей” грани ХЭ с хладагентом термостата.

Ключевые слова: ТЕРМОЭЛЕМЕНТЫ, ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ, РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ, ТЕРМОЭДС.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. М.П. Ленюк, О.Г. Даналакий, Вісник Донбаської державної машинобудівної академії. Прогресивні технології №64, 24 (2009).
2. Э. Камке *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям:* (Пер. с нем.) (М.: Наука: 1971).
3. В.М. Матъега, О.Г. Даналакий, Вісник ВПІ 3 № 3, 63 (2008).
4. Л.И. Анатычук, *Термоэлементы и термоэлектрические устройства:* Справочник (К.: Наук.думка: 1979).
5. Э.В. Осипов, *Твердотельная криогеника* (К.: Наук. думка: 1977).
6. В.В. Гуц, *Науковий вісник Чернівецького університету. Фізика. Електроніка.* №79, 107 (2000).
7. Т.С. Harman, *VDI Berichte* 3, 667 (1983).
8. С.Ф. Кооі, R.В. Horst, К.Ф. Cuff, *J. Appl. Phys.* 39 No9, 4257 (1968).