

PACS numbers: 05.45.Df, 05.45.Tr

МУЛЬТИФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВРЕМЕННИХ РЯДОВ ЕКОНОМІЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.И. Олемской^{1,2}, В.Н. Борисюк¹, И.А. Шуда¹, А.А. Багдасарян¹

¹ Сумський державний університет,
ул. Римського-Корсакова, 2, 40007, Сумы, Украина

² Інститут прикладної фізики НАН України,
ул. Петропавлівська, 58, 40030, Сумы, Украина
E-mail: alex@ufn.ru

В рамках метода мультифрактального флуктуационного анализа исследован временной ряд обменного курса валют за период, включающий мировой финансовый кризис. На примере роста спроса на покупку валюты во время кризиса найдена связь временных корреляций в распределении членов ряда с внешними факторами. Установлено влияние кризиса на статистические характеристики ряда.

Ключевые слова: ВРЕМЕННОЙ РЯД, МЕТОД МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОГО ФЛУКТУАЦИОННОГО АНАЛИЗА, МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЙ СПЕКТР.

(Получено 27.11.2009, в отредактированной форме – 15.12.2009)

1. ВВЕДЕНИЕ

Временные ряды представляют последовательность значений исследуемой величины, зафиксированных через одинаковые промежутки времени. Временные ряды получили широкое распространение в естественных науках и прикладных исследованиях как наиболее рациональный метод представления полученных данных. Примеры таких рядов дают метеорологические данные по случайным изменениям температуры воздуха, количества осадков и скорости ветра. Временные ряды используются также в экономике, где наиболее яркий пример дают обменные курсы валют, медицине (например, электрокардиограмма сердца), физике и химии, где они представляют последовательности измеряемых величин, и других науках [1].

Количественное исследование случайных временных рядов представляется возможным только в том случае, если они сводятся к самоафинным множествам, фрактальная природа которых проявляется в том, что при должном изменении масштаба времени любой участок выглядит подобно всему ряду. Как известно из теории фракталов, основными характеристиками таких рядов являются показатель Хёрста, спектр фрактальных размерностей и массовый показатель [2]. Определение этих характеристик достигается методом мультифрактального флуктуационного анализа (МФФА) [3], использование которого позволило исследовать временные ряды в физике [4], экономике [5], биологии [6] и метеорологии [7].

Предлагаемая работа предпринята для выяснения влияния внешних факторов на статистические свойства временных рядов экономических систем. С этой целью после краткого описания метода МФФА проводится анализ свободных колебаний валютных котировок во время мирового финансового кризиса. Этот анализ показывает, что участок временного ряда, отвечающий кризисному периоду, характеризуется значительным усилением временных корреляций и уширением спектра статистических характеристик.

2. ОПИСАНИЕ МЕТОДА

Стандартная процедура метода МФФА представляется следующими этапами [3].

1. Для анализируемого временного ряда $X(i)$, $i = 1, 2, \dots, N$ выделяется флуктуационный профиль $Y(i) = \sum_{k=1}^i [x(k) - \bar{x}]$ со средним значением \bar{x} .

2. Полученный ряд $Y(i)$ разделяется на $N_s = (N/s)$ непересекающихся сегментов, содержащих равное число точек s . Чтобы учесть последний участок, содержащий число точек, меньшее s , повторяем процедуру деления, начиная с противоположного конца ряда. В результате получается $2N_s$ сегментов длины s .

3. В рамках метода наименьших квадратов для каждого из сегментов определяется полином $y_v(i)$ локального тренда, интерполирующий профиля $Y(i)$. Затем для сегментов $v = 1, \dots, N_s$ и $v = N_s + 1, \dots, 2N_s$ определяются дисперсии

$$F^2(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[(v-1)s+i] - y_v(i)\}^2,$$

$$F^2(v, s) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[N - (v - N_s)s + i] - y_v(i)\}^2 \quad (2)$$

4. Усредняя значения (2), деформированные показателем q , находим флуктуационную функцию

$$F_q(s) = \left\{ \frac{1}{2N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} [F^2(v, s)]^{q/2} \right\}^{1/q}, \quad (3)$$

для которой при $q = 0$ следует использовать выражение

$$F_0(s) = \exp \left\{ \frac{1}{4N_s} \sum_{v=1}^{2N_s} \ln [F^2(v, s)] \right\}. \quad (4)$$

5. При фиксированном значении q строим зависимость $F_q(s)$ в двойных логарифмических координатах. Для самоафинного ряда она имеет степенной вид

$$F_q(s) \propto s^{h(q)}, \quad (5)$$

которому отвечает прямая с тангенсом угла наклона, равным обобщенному показателю Хёрста $h(q)$ [2].

6. Повторяем шаги 1 – 5 для различных значений показателя q . При этом следует иметь в виду, что флуктуационная функция $F_q(s)$ теряет статистическую информативность для шкалы $s > N/4$, поскольку число сегментов N_s становится очень малым; с другой стороны, следует исключить малые сегменты $s < 10$. Тестирование алгоритма МФФА на рядах, допускающих аналитическое исследование мультифрактального спектра, показало его высокую точность, обеспечивающую применение для реальных временных рядов [8].

При описании скейлинговых свойств, удобно перейти от показателя Хёрста $h(q)$ к массовому показателю $\tau(q)$ и мультифрактальному спектру $f(\alpha)$ [2, 3]:

$$\tau(q) = qh(q) - 1, \quad (6)$$

$$f(\alpha) = q\alpha - \tau(q), \quad \alpha = \tau'(q). \quad (7)$$

Постоянное значение $h(q) = const$, линейное возрастание $\tau(q)$ и δ -образная зависимость $f(\alpha)$ отвечают монофрактальному временному ряду, тогда как спад функции $h(q)$, нелинейное возрастание $\tau(q)$ и размывание спектра $f(\alpha)$ означают переход к мультифрактальному ряду.

Как известно, мультифрактальные свойства временных рядов обусловлены разбросом значений ряда, с одной стороны, и корреляциями их распределения, с другой [3]. Очевидно, при случайной перестановке этих значений функция распределения не меняет своего вида, тогда как временные корреляции разрушаются. Поэтому, если перемешивание приводит к частичному сужению мультифрактального спектра, то можно говорить, что временной ряд обладает корреляциями, а при переходе к δ -образному спектру $f(\alpha)$ такие корреляции отсутствуют.

3. ИССЛЕДУЕМЫЕ ДАННЫЕ

Очевидный интерес к исследованию обменных курсов валют обусловлен попытками предсказания их поведения. Мультифрактальный флуктуационный анализ таких рядов позволяет установить наличие временных корреляций между членами ряда, которые играют ключевую роль в прогнозировании его эволюции.

В качестве объекта исследований были выбраны данные по изменению курса евро к американскому доллару за период с января 2007 года по ноябрь 2009г. Исследуемые данные взяты из ресурса «Дилинговый центр Forex EuroClub» по адресу www.fxeuroclub.ru. Выбранный временной диапазон представляет интерес по той причине, что он включает как период относительной финансовой стабильности, так и мировой финансовый кризис.

При подобных исследованиях, кроме исходных курсов, валютные котировки принято представлять разностью логарифмов $r(t) = \ln[P(t)] - \ln[P(t - \Delta t)]$ цены валюты $P(t)$ в момент времени t , где Δt – интервал измерений (в нашем случае $\Delta t = 15$ минут). Динамика изменений исходного курса приведена на рис. 1а, а соответствующие изменения разности логарифмов – на рис. 1б. Кроме того, на рис. 1 в указан интервал разброса вероятностей различных котировок валюты, определённый по мультифрактальному спектру (см. ниже).

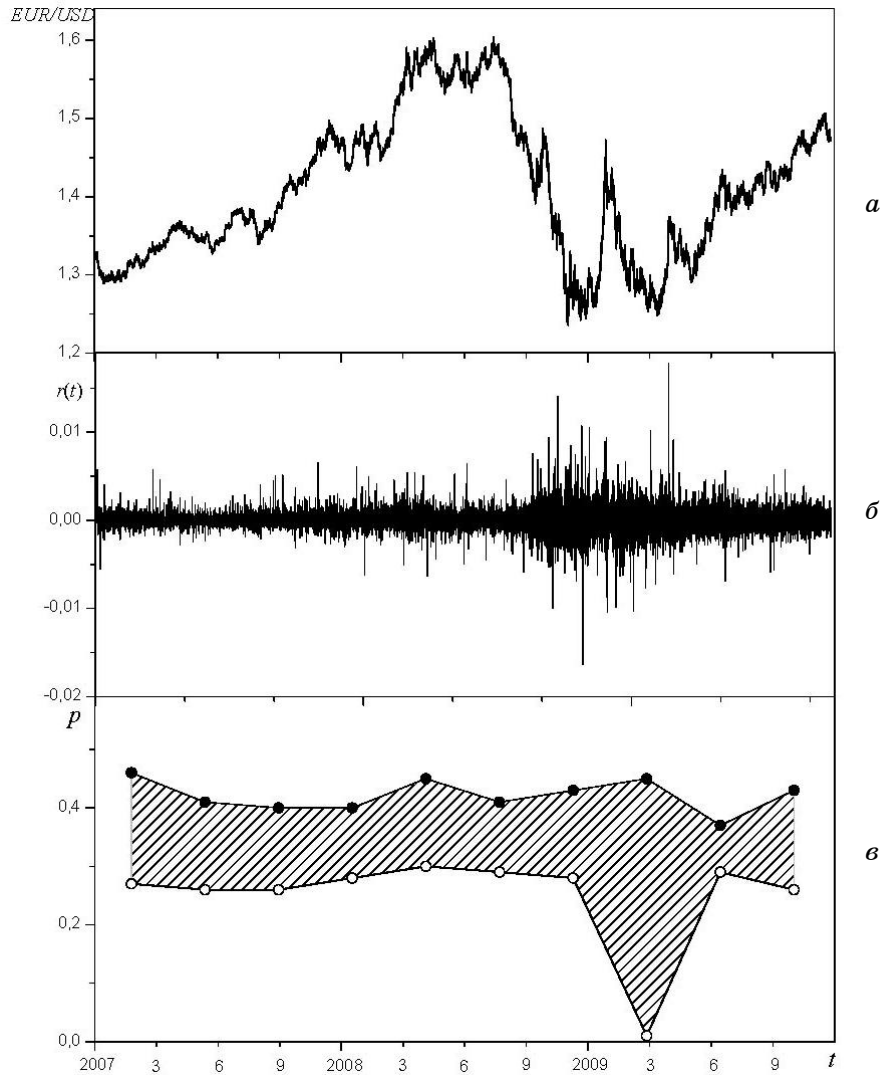


Рис. 1 – Динамика изменения обменного курса евро к доллару США (а); соответствующие изменения разности логарифмов $r(t)$ (б); интервал разброса вероятностей различных котировок валюты (в)

Характерная особенность рис. 1 состоит в наличии участка аномально больших изменений курса, который особенно ярко проявляется в начале 2009 года. Для количественного представления влияния кризиса на рис. 2 приведены спектры фрактальных размерностей, отвечающие временным интервалам, выделенным на рис. 1. Видно, что спектральная функция $f(\alpha)$ кризисного участка приобретает аномально широкий интервал изменения фрактальных размерностей. Поскольку минимальное $\alpha_{\min} \propto \ln(1/p_{\max})$ и

максимальное $\alpha_{\max} \propto \ln(1/p_{\min})$ значения этих размерностей определяются предельными величинами p_{\max} и p_{\min} вероятностей изменения котировок, то показанное на рис.2 уширение спектральной функции приводит к усилению разброса вероятностей, приведенному на рис. 1 в.

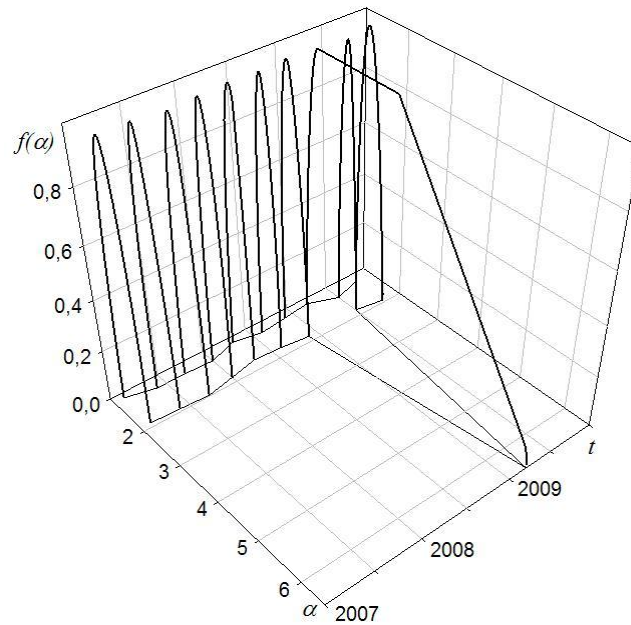


Рис. 2 – Мультифрактальные спектры, отвечающие временным интервалам по 3 месяца, выделенным на рис. 1

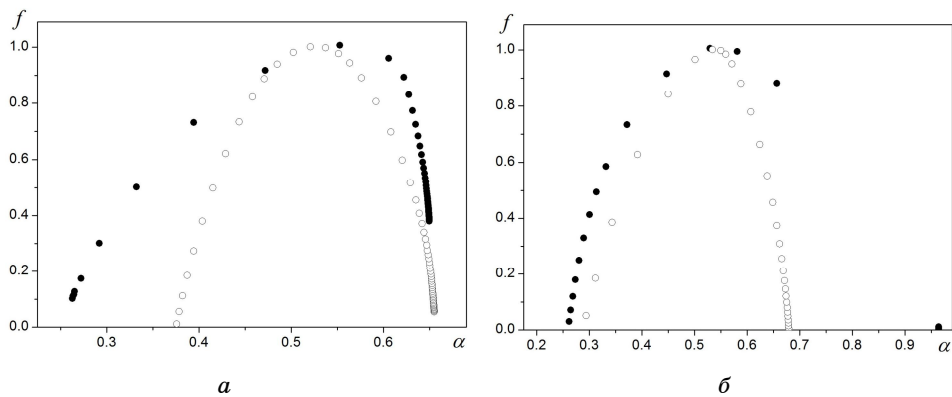


Рис. 3 – Мультифрактальные спектры для участков ряда до (а) и во время (б) кризиса (жирные точки отвечают исходным рядам, полые – перемешанным)

Согласно рис. 3, перемешивание рядов, предшествующих кризису, уменьшает ширину мультифрактального спектра на величину $\Delta\alpha \approx 0.1$, тогда как спектр кризисных рядов сужается на гораздо большее значение $\Delta\alpha \approx 0.31$ (это составляет 26% и 43%, соответственно). Отсюда можно заключить, что кризис приводит к существенному усилению временных корреляций.

4. ВЫВОДЫ

Проведенные исследования показывают, что динамика изменения обменного курса в период высокого спроса на покупку валюты характеризуется широким спектром фрактальных размерностей и сильными корреляциями в сравнении с периодом свободных колебаний курса.

MULTIFRACTAL ANALYSIS FOR THE TIME SERIES RELATED TO ECONOMIC SYSTEMS

A.I. Olemskoi^{1,2}, *V.N. Borisyuk*¹, *I.A. Shuda*¹, *A.A. Bagdasaryan*¹

¹ Sumy State University ,
2, Rimsky-Korsakov Str., 40007, Sumy, Ukraine

² Institute of Applied Physics of NAS of Ukraine,
58, Petropavlovskaya Str., 40030, Sumy, Ukraine
E-mail: alex@ufn.ru

Within method of the multifractal detrended fluctuation analysis, we investigate the currency exchange time series for periods including world financial crisis. For the example of growing demand for the currency buy during crisis, we state an effect of external factors onto time correlations. Crisis influence on statistical characteristics of time series is studied.

Keywords: TIME SERIES, MULTIFRACTAL DETRENDED FLUCTUATION ANALYSIS, MULTIFRACTAL SPECTRUM

МУЛЬТИФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЧАСОВИХ РЯДІВ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ

О.І. Олемської^{1,2}, *В.М. Борисюк*¹, *І.А. Шуда*¹, *А.А. Багдасарян*¹

¹ Сумський державний університет,
вул. Римського-Корсакова, 2, 40007, Суми, Україна

² Інститут прикладної фізики НАН України,
вул. Петропавлівська, 58, 40030, Суми, Україна
E-mail: alex@ufn.ru

В рамках методу мультифрактального флуктуаційного аналізу досліджений часовий ряд обмінного курсу валют за період, що включає світову фінансову кризу. На прикладі зростання попиту на покупку валюти під час кризи знайдений зв'язок часових кореляцій в розподілі членів ряду із зовнішніми чинниками. Встановлено вплив кризи на статистичні характеристики ряду.

Ключові слова: ЧАСОВІ РЯДИ, МЕТОД МУЛЬТИФРАКТАЛЬНОГО ФЛУКТУАЦІЙНОГО АНАЛІЗУ МУЛЬТИФРАКТАЛЬНИЙ СПЕКТР.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.И. Олемской, *Синергетика сложных систем: Феноменология и статистическая теория* (М.: КРАСАНД: 2009).
2. Е.Н. Федер, *Фракталы* (М: Мир: 1991).
3. J.W. Kantellhardt, S.A. Zschiegner, E. Koscienny-Bunde, S. Havlin, A. Bunde, A. Stanley, *Physica A* **316**, 87 (2002).
4. А.И. Олемской, С.Н. Данильченко, В.Н. Борисюк, И.А. Шуда, *Металлофиз. новейш. техн.* **31** №6, 777 (2009).
5. J.W. Lee, K.E. Lee, P.A. Rikvold, *Physica A* **364**, 355 (2006).
6. D. Makowiec, R. Galaska, A. Dudkowska, A. Rynkiewicz, M. Zwierg, *Physica A* **369**, 632 (2006).
7. R.G. Kavasserì, R. Nagarajan, *Chaos Soliton. Fract.* **24**, 165 (2005).
8. А.И. Олемской, В.Н. Борисюк, И.А. Шуда, *Вісник Сумського державного університету. Серія: Фізика, математика механіка* №2, 70 (2008).